Henri Poincaré et l'espace-temps conventionnel

Scott Walter (walter [at] univ-nancy2.fr)

Cahiers de philosophie de l'université de Cæn 45/2008, 87–119.

Introduction

L'histoire de la philosophie des sciences du XX^e siècle a été marquée en profondeur par la philosophie conventionnaliste de Henri Poincaré. Ernst Cassirer, Moritz Schlick et Hans Reichenbach ont subi son influence dans les années 1910 et 1920, Philipp Frank, Ernest Nagel et Adolf Grünbaum dans les années 1950 et 1960, Lawrence Sklar, Hilary Putnam, David Malament, Michael Friedman, Jerzy Giedymin et d'autres dans les années 1970, comme le montre le livre de Ben-Menahem (2006). La plupart de ces philosophes ont mis en question le caractère conventionnel de la simultanéité dans la théorie de la relativité restreinte. Poincaré lui-même s'est peu exprimé sur ce point, même s'il s'intéressait à la définition du temps physique et au problème de l'espace physique de Riemann-Helmholtz-Lie. A la fin de sa vie, Poincaré a réalisé une synthèse brillante de ces deux problématiques. À travers une nouvelle analyse du principe de relativité, qu'il interpréta non plus comme une loi de la nature mais comme une convention, Poincaré accorda à la mécanique relativiste une valeur épistémique aussi fondamentale que celle de la mécanique classique. Le présent article propose une reconstruction, selon les trois étapes suivantes, du chemin intellectuel suivi par Poincaré dans ce cadre : 1) l'élaboration de la doctrine de l'espace physique (1880–1900) ; 2) l'interférence entre la doctrine et la théorie de l'électron (1905) ; 3) la dernière conférence sur la relativité, intitulée “L'espace et le temps” (1912), où Poincaré met en œuvre la nouvelle physique des systèmes de référence inertiels.

1 La doctrine de l’espace physique

La philosophie de la géométrie de Poincaré prend forme lors des débats des années 1870 à propos de la cohérence logique et la signification physique de la géométrie non euclidienne. Alors que la réévaluation des fondements de la géométrie des années 1820 et 1830 n’a pas été l’œuvre de géomètres français, toutefois les idées avancées dans ce domaine par Bernhard Riemann, Eugenio Beltrami, et Hermann Helmholtz ont trouvé en France des partisans et des opposants. En 1869 au plus tard, l’élite des mathématiciens français dans sa grande majorité reconnaissait l’existence des géométries non euclidiennes. Cette année là, l’Académie des sciences publiait — pour la dernière fois, et malgré l’opposition des membres de la section de géométrie — une démonstration de l’axiome des parallèles. L’auteur de la démonstration, Joseph Bertrand, lui-même membre de la section de géométrie, occupait la chaire de physique générale et mathématique au Collège de France, et la chaire d’analyse à l’École polytechnique. Le scandale public qui s’ensuivit l’a contraint d’admettre que sa démonstration ne convainquait pas tout le monde (Pont 1986, 637 ; Gispert 1987, 80). La géométrie non euclidienne a gagné alors à Paris le droit de cité.

La statut épistémique de la géométrie non euclidienne est un sujet de débat dans la France des années 1870 jusqu’au début du XX^{e} siècle. Les échanges les plus vifs ont lieu chez les philosophes, où l’empirisme d’un Paul Tannery rencontre l’opposition des néo-kantiens Charles Renouvier et Louis Couturat. Selon ces derniers, l’intuition spatiale ne sous-tend que la géométrie euclidienne, ce qui fait d’elle la seule géométrie objective, à la fois science idéale et exemplaire de la connaissance synthétique a priori (Panza 1995).

Les années 1870 sont également celles de la formation scientifique et des premiers travaux mathématiques de celui qui allait devenir le plus brillant des mathématiciens français : Henri Poincaré (1854–1912). Étudiant à l’École polytechnique, Poincaré suit les cours de Charles

Hermite, Henri Résal, et Alfred Cornu. Il intègre ensuite l'École nationale des mines, où le jeune Henry Le Chatelier enseigne la chimie générale (Bellivier 1956, 172), et obtient son diplôme d'ingénieur en 1878. L'année suivante Poincaré soutient une thèse sur la théorie géométrique des équations différentielles partielles, et assure, pendant huit mois, l'inspection des mines dans la région autour de Vesoul, avant d'obtenir un détachement pour enseigner l'analyse à l'université de Caen (Rollet 2001).

À Caen, Poincaré entame sa carrière d'enseignant, tout en poursuivant ses recherches en mathématiques. Il participe au concours du Grand Prix des sciences mathématiques de l'Académie des sciences, qui invite les chercheurs à "perfectionner en quelque point important la théorie des équations différentielles linéaires à une seule variable indépendante" (*Comptes rendus hebdomadaires de l'Académie des sciences* 90, 1880, 850). Son mémoire n'est pas couronné, malgré sa découverte d'une classe de fonctions automorphes, appelées par lui "fonctions fuchsiennes" en hommage au mathématicien allemand Lazarus Fuchs.

Les fonctions fuchsiennes se trouvent aux fondements de la philosophie de la géométrie de Poincaré. Des manuscrits de Poincaré publiés en 1997 montrent que dès 1880, il comprenait la géométrie comme une application de la théorie des groupes. Poincaré a réalisé que les fonctions fuchsiennes sont invariantes par rapport à l'action d'une certaine classe de transformations formant un groupe, et que l'étude du groupe en question se réduit à celle du groupe de translation de la géométrie hyperbolique [1]. Le jeune Poincaré définit alors la géométrie dans ces termes (1997, 35) :

> Qu'est-ce en effet qu'une Géométrie ? C'est l'étude du groupe d'opérations formé

1. Pour définir la nouvelle classe de fonctions, Poincaré se demande comment le quotient z de deux solutions indépendantes de l'équation différentielle de deuxième ordre $d^2y/dx^2 = Qy$ définit par inversion une fonction méromorphe de x et z. Il trouve qu'une condition en est l'invariance par rapport aux transformations $z' = (az + b)/(cz+d)$, où a, b, c, d sont réels, et $ad-bc = 1$; voir Gray et Walter (1997), et Gray (2000). Pour une exploration des connections internes entre les fonctions fuchsiennes et la philosophie conventionnaliste de la géométrie, voir Zahar (1997).

> par les déplacements que l'on peut faire subir à une figure sans la déformer. Dans la Géométrie euclidienne ce groupe se réduit à des rotations et à des translations. Dans la pseudo-géométrie de Lobachevski il est plus compliqué.

Une telle réduction de la géométrie à la théorie des groupes fait songer au célèbre Programme d'Erlangen de Félix Klein, mais il semble que Poincaré n'ait pas eu connaissance de ce programme [2]. D'où lui vient donc cette idée ? Il disposait de plusieurs sources sur la géométrie non euclidienne, notamment les traductions françaises des travaux de Beltrami et de Helmholtz. Il se peut par ailleurs que Poincaré ait emprunté à ses professeurs (Hermite, Darboux, Jordan) l'idée selon laquelle les déplacements d'un corps rigide forment un groupe. Son exposé du modèle de la géométrie hyperbolique ressemble à celui de Beltrami ; les deux modèles font appel à la figure du cercle et à la géométrie différentielle, et le seul nom qu'ils mentionnent est celui de Lobachevski. Le travail de Beltrami a dû l'influencer, même si Poincaré ne mentionne pas son influence (Gray et Walter 1997).

La découverte prodigieuse des fonctions fuchsiennes et celle de la théorie qualitative des équations différentielles placent Poincaré au sommet des mathématiques françaises [3]. En 1886, il est élu président de la Société mathématique de France, et nommé à la chaire de physique mathématique et calcul des probabilités à la Sorbonne, en remplacement du physicien Gabriel Lippmann. L'année suivante, Poincaré est proposé en première ligne par la section de géométrie à l'Académie des sciences pour succéder à Edmond Laguerre (Charle & Telkes 1989, 232).

Une fois installé à l'Académie des sciences, Poincaré publie un premier mémoire sur les fondements de la géométrie, qui montre l'influence des travaux de Sophus Lie. A cette occasion, il réfléchit sur la relation entre la géométrie, d'une part, et l'espace physique, d'autre part (1887,

2. Voir Gray (2000, 360). Klein et Poincaré ont échangé 26 lettres dans l'espace de 15 mois, à partir du mois de juin 1881 ; voir l'analyse de Rowe (1992).

3. Sur la théorie qualitative de Poincaré voir Gilain (1991). Israel et Menghini (1998) font un lien entre cette théorie et la préférence de Poincaré pour des théories flexibles des phénomènes.

91) :

> [I]l existe dans la nature des corps remarquables qu'on appelle les *solides* et l'expérience nous apprend que les divers mouvements possibles de ces corps sont liés à fort peu près par les mêmes relations que les diverses opérations du groupe [euclidien]. [...] Ainsi les hypothèses fondamentales de la Géométrie ne sont pas des faits expérimentaux ; c'est cependant l'observation de certains phénomènes physiques qui les fait choisir parmi toutes les hypothèses possibles.

Selon Poincaré, la géométrie euclidienne est une science abstraite par essence, puisqu'elle renvoie à l'étude les transformations du groupe euclidien. Certes, l'observation du déplacement des solides nous suggère ces mêmes transformations, mais il ne s'agit là que d'un fait contingent. Concernant le rôle de l'expérience, Poincaré (1903, 424) observera plus tard que celle-ci n'a joué "qu'un seul rôle, elle a servi d'occasion" [4].

Les remarques de Poincaré cernent le statut formel de la géométrie, sans tirer d'autres conséquences épistémologiques. Il réserve l'exposé de ces conséquences à un essai philosophique sur "les géométries non euclidiennes," publié dans la *Revue générale des sciences pures et appliquées.* Traduit en anglais (1892a), cet article fondateur de la philosophie conventionnaliste étend la renommée de Poincaré bien au-delà de la communauté mathématique, et le révèle comme un philosophe des sciences du premier plan.

Dans cet essai Poincaré tire de la nature abstraite de la géométrie euclidienne (et de toute autre géométrie) une première conséquence, qui concerne notre connaissance de la géométrie de l'espace physique. Il met en avant l'intérêt, pour la stabilité des connaissances scientifiques, d'une science géométrique coupée du monde sensible (1891, 773) :

> Si la géométrie était une science expérimentale, elle ne serait pas une science

4. A propos de la lecture occasionnaliste de la philosophie de la géométrie de Poincaré, voir Heinzmann (2006).

> exacte, elle serait soumise à une continuelle révision. Que dis-je ? Elle serait dès aujourd'hui convaincue d'erreur puisque nous savons qu'il n'existe pas de solide rigoureusement invariable.

Selon une philosophie empiriste de la géométrie, nous rappelle ici Poincaré, la géométrie euclidienne ne saurait être la géométrie de l'espace physique, car l'expérience ne présente pas de corps indéformable [5]. En partant de cette contradiction entre le comportement des corps solides réels et la géométrie euclidienne, Poincaré critique l'idée selon laquelle la vérité des axiomes de la géométrie euclidienne serait "évidente." Quel est dès lors le véritable statut épistémologique de ces axiomes ? Ils ne sont rien d'autre que des "définitions déguisées" (1891, 773) :

> *Les axiomes géométriques ne sont donc ni des jugements synthétiques* a priori *ni des faits expérimentaux.* Ce sont des *conventions* ; notre choix, parmi toutes les conventions possibles, est *guidé* par des faits expérimentaux ; mais il reste *libre* et n'est limité que par la nécessité d'éviter toute contradiction. C'est ainsi que les postulats peuvent rester *rigoureusement* vrais quand même les lois expérimentales qui ont déterminé leur adoption ne sont qu'approximatives. En d'autres termes, *les axiomes de la géométrie* (je ne parle pas de ceux de l'arithmétique) *ne sont que des définitions déguisées.* Dès lors, que doit-on penser de cette question : La géométrie euclidienne est-elle vraie ? Elle n'a aucun sens.

Autrement dit, comme le fait justement observer Nabonnand (2000), la vérité des théorèmes de la géométrie euclidienne ne peut être déterminée par des moyens empiriques, une fois reconnu que la géométrie est une science abstraite.

Il en va de même, d'ailleurs, pour les axiomes de la géométrie non euclidienne. A ce propos, Poincaré imagine qu'un jour on observe une parallaxe stellaire négative (comme dans

5. L'absence de solides réels chez Poincaré sera soulignée par Einstein (1949, 677).

un espace elliptique), ou bien, que la grandeur de toute parallaxe dépasse une certaine valeur (comme dans un espace hyperbolique). Dans un cas comme dans l'autre, dit-il, la solution "plus avantageuse" n'est pas celle qui admet que l'espace est courbe, mais plutôt celle qui dit que la lumière stellaire ne se propage pas toujours de façon rectiligne (1891, 774). L'argument de Poincaré admet implicitement qu'une optique non-maxwellienne est possible, d'une part, et que l'optique maxwellienne s'applique dans l'espace courbe, d'autre part. Il va même plus loin dans ce sens, en affirmant qu'une même expérience quelconque peut être interprétée en termes d'espace euclidien et en termes d'espace hyperbolique.

Nous sommes libres de choisir, dans cette expérience de pensée de Poincaré, entre deux couples : la géométrie euclidienne et l'optique non-maxwellienne, d'une part, et la géométrie hyperbolique et l'optique maxwellienne, d'autre part. Quel que soit notre choix, la géométrie de l'espace physique et les lois de l'optique dépendent d'une convention. Pour l'essentiel, le point de vue de Poincaré ne se distingue pas de celui de Helmholtz, auquel Poincaré renvoie ses lecteurs [6]. La position de Poincaré préfigure, par ailleurs, la lecture holiste de la structure des théories physiques, celle que donnera son ancien étudiant Pierre Duhem (1906), qui écarte la possibilité de réaliser une expérience cruciale dans ce domaine.

Poincaré favorise la géométrie euclidienne au dépens de l'optique maxwellienne (et au-delà, de toute la physique classique). Sa préférence pour la géométrie euclidienne, "quoiqu'il arrive," le sépare des physiciens et géomètres de son temps, et constituerait, selon ses commentateurs, le "maillon faible" de sa philosophie de la géométrie [7]. Torretti (1984, 335) observe que pour Poincaré, du point de vue algébrique la géométrie euclidienne est la plus simple. À l'intérieur du groupe euclidien, Poincaré note que certains "déplacements sont interchangeables entre eux,

6. Sur la philosophie empiriste des mathématiques et de la géométrie de Helmholtz, voir Volkert (1996) et Schiemann (1997) ; sur la lecture poincaréienne de Helmholtz, voir Heinzmann (2001).

7. Torretti (1984, 256) observe l'échec de la doctrine de Poincaré parmi les scientifiques et philosophes, et Walter (1997) note que les physiciens et mathématiciens l'ont rejetée. Sur le maillon faible, voir Vuillemin (1972, 179), et Sklar (1974, 93).

ce qui n'est pas vrai des déplacements correspondants du groupe de Lobachevski" (1898b, 43). Autrement dit, le groupe euclidien contient un sous-groupe propre normal qui correspond aux translations, et selon ce critère de la simplicité, ce groupe est plus simple que le groupe hyperbolique. Pourtant, d'autres critères de simplicité peuvent être avancés, et Poincaré admet (1898b, 42) que nous adopterions une géométrie non euclidienne si les résultats d'expérience différaient "considérablement" de ceux connus à son époque. On voit donc que la commodité de la géométrie euclidienne n'est pas un dogme chez Poincaré, mais plutôt une expression de sa confiance dans la stabilité de la base empirique, et dans la puissance explicative des principes de la physique classique.

On se demande quel genre d'expérience aurait pu motiver Poincaré à changer de géométrie à la fin du XIXe siècle, puisqu'il écarte le cas de la parallaxe stellaire anomale. S'il ne le précise pas, c'est peut-être parce qu'il ne pouvait pas imaginer qu'une telle expérience ait lieu. Il imagine sans difficulté, en revanche, la possibilité d'élaborer une physique de l'espace hyperbolique. Il s'agit d'un domaine de recherche peu actif à la fin du XIXe siècle, malgré l'intérêt de quelques grands mathématiciens comme Eugenio Beltrami, Wilhelm Killing et Rudolf Lipschitz (Walter 1999b, 92). Poincaré considère un choix entre deux géométries : la géométrie euclidienne, et une certaine géométrie hyperbolique. Si Poincaré a raison dans ce cas restreint, la question de savoir si le choix d'une géométrie est indifférent à une explication adéquate des phénomènes naturels reste controversée aujourd'hui [8].

La position de Poincaré à propos de l'équivalence des géométries est elle-même un sujet de débat. Avec Stump (1991), on doit chercher la signification du célèbre "dictionnaire" de traduction de Poincaré, qui laisse le choix de décrire une même figure géométrique dans un

8. Sur le choix de géométrie chez Poincaré voir Ben-Menahem (2006, 56). Zahar (2001, 102) observe que la stipulation d'une certaine géométrie riemannienne de l'espace physique pose des contraintes fortes sur le comportement de nos instruments de mesure. En essence, une telle stipulation est une hypothèse physique, qui fait appel à la confirmation par l'expérience. D'ailleurs, comme le remarque Torretti (1984, 336), le choix entre les espaces hyperbolique et euclidien suppose que l'espace physique soit homéomorphe à $\mathbb{R}^3$.

“langage” euclidien ou non-euclidien. Selon Ben-Menahem (2006, 41), Poincaré aurait cru que tout théorème de la géométrie euclidienne possède son pendant en géométrie hyperbolique, et vice-versa. L’équivalence entre théorèmes offrirait alors une espèce de gabarit à celui qui cherche à réaliser une physique de l’espace hyperbolique. Cependant, comme le reconnaît Torretti (1984, 336), Poincaré ne soutient jamais ce type d’équivalence. Poincaré affirme (1887, 205) seulement qu’en géométrie hyperbolique on dispose d’un “ensemble de théorèmes analogues” à ceux de la géométrie euclidienne.

En faveur de sa doctrine de l’espace physique, Poincaré propose une expérience de pensée qui s’inspire d’une idée de Helmholtz. En regardant le monde à travers des lentilles convexes, écrit Helmholtz (1876), nous pourrions connaître les effets optiques d’un monde où la géométrie naturelle de l’espace ne serait pas euclidienne. Poincaré (1892b) modifie l’expérience de Helmholtz en imaginant un monde où la géométrie apparente de l’espace serait hyperbolique. Il re-dirige ainsi l’attention du lecteur de Helmholtz, tournée vers la nature de l’intuition, vers un autre sujet, celui de la nature conventionnelle des lois de la physique.

Son modèle de l’espace hyperbolique a fasciné ses contemporains. Imaginons une sphère creuse de rayon R, chauffée de telle sorte que la température absolue à un point séparé du centre par une distance r soit proportionnelle à $R^2 - r^2$, c’est-à-dire, à la différence des carrés [9]. Les corps que contient la sphère ont tous le même coefficient de dilatation thermique, et si on les déplace ils atteignent l’équilibre thermique instantanément. De plus, l’atmosphère est telle que l’indice de réfraction est partout proportionnel au réciproque de température. Par conséquent, la trajectoire d’un rayon lumineux suit un arc de cercle orthogonal à la sphère, la longueur d’un segment de cet arc étant également la distance la plus courte entre ses extrémités, mesurée par une règle. De même, l’axe de rotation d’un solide coïncide avec de tels arcs. Les indigènes vivant dans un tel monde adopteraient, selon Poincaré, la géométrie hyperbolique.

9. Barankin (1942) décrit en détail une version plane du monde chauffé de Poincaré.

Malgré un déficit de plausibilité physique, le monde chauffé de Poincaré illustre bien l'idée selon laquelle l'adoption de la géométrie euclidienne est conditionnée par des propriétés contingentes du monde naturel (tel que le comportement des solides). Poincaré aurait pu se contenter de ce constat, mais il affirme en outre que si des physiciens terriens s'introduisaient dans ce monde chauffé, ils continueraient néanmoins d'employer la géométrie euclidienne (1895, 646) :

> Des êtres qui y feraient leur éducation trouveraient sans doute plus commode de créer une géométrie différente de la nôtre, qui s'adapterait mieux à leurs impressions. Quant à nous, en face des *mêmes* impressions, il est certain que nous trouverions plus commode de ne pas changer nos habitudes.

Dans le monde chauffé, on peut donc employer la géométrie euclidienne ou la géométrie hyperbolique, la commodité et les habitudes contractées déterminant le choix de chacun.

Il faut se demander avec Howard Stein (1987) si Poincaré prend bien en compte la difficulté de faire de la physique dans un tel monde en conservant la géométrie euclidienne. Un terrien quelconque doté d'une formation en physique classique, poserait d'abord une force de déformation universelle (à la manière de Reichenbach (1958, 24)), mais se rendrait compte que ses lois ne s'accordent pas avec celles élaborées par un physicien terrien dont le laboratoire se trouverait dans une autre région du monde chauffé.

Stein introduit implicitement un élément étranger au cadre de Poincaré : le souci d'unification des lois, c'est-à-dire l'engagement épistémologique pour une physique unifiée. Certes, Poincaré reconnaît la valeur d'une explication physique unifiée, et met en avant les explications qui s'interpénètrent. Mais en même temps, il considère que des valeurs méta-théoriques telles que le souci d'unification, ne s'imposent pas. Sa doctrine de l'espace physique affirme qu'un physicien terrien *peut* se servir de la géométrie euclidienne dans le monde chauffé. Elle n'affirme pas, en revanche, qu'il *doit* s'en servir, ou qu'il est *dans son intérêt* d'utiliser la géométrie d'Euclide dans ce monde artificiel. Il admet, comme on l'a vu, que les physiciens abandonneraient la géométrie euclidienne si les circonstances empiriques l'exigeaient. Toutefois, à la fin du XIXe siècle, Poincaré est persuadé que de telles circonstances ne se présenteront jamais.

2 La théorie de la relativité et les fondements de la géométrie

Le 5 juin 1905, Poincaré présente à l'Académie des sciences une note qui fonde la théorie mathématique de la relativité. Il exprime pour la première fois la transformation de Lorentz dans sa forme moderne, puis celle de la densité de courant (en corrigeant la version de Lorentz). Dans le mémoire annoncé par cette note, publié en janvier 1906 aux *Rendiconti di Palermo* et intitulé “Sur la dynamique de l'électron,” il formule l'algèbre de Lie du groupe de Lorentz, et introduit un espace vectoriel à quatre dimensions, avec trois dimensions réelles et une dimension imaginaire, inaugurant ainsi l'ère de la physique à quatre dimensions. À partir des idées de Cayley, Hertz, Lorentz, Poincaré, Einstein et Planck, le mathématicien de Göttingen Hermann Minkowski élaborera la théorie de l'espace-temps, qui marquera profondément la philosophie de l'espace et du temps, et sera un élément essentiel de la découverte par Einstein de la théorie de la relativité générale (Walter 2007).

Les contributions de Poincaré à la théorie de la relativité sont bien connues des historiens, alors qu'il reste à élucider comment Poincaré voyait la relation entre cette théorie et sa doctrine de l'espace physique. Or, un siècle après ses découvertes, il y a presque autant de lectures que de commentateurs du rapport entre la philosophie conventionnaliste de Poincaré et ses contributions à la théorie de la relativité [10]. La lecture offerte ici met en avant l'intégration par Poincaré du principe de relativité dans la doctrine de l'espace physique. Cette intégration a lieu

10. Pour une introduction à l'histoire de la relativité, et une comparaison lucide des approches philosophiques à la théorie de la relativité de Poincaré et d'Einstein, voir Paty (1993).

en 1912, et sera abordée en détail dans la section qui suit. Dans cette section, nous identifions le point d'interférence entre la théorie de la relativité et la doctrine de l'espace physique, à savoir la mesure des longueurs.

Le mémoire des *Rendiconti* n'aborde pas en profondeur le problème de l'espace et du temps, mais il le soulève, en notant une conséquence pour la théorie de la mesure :

> Comment faisons-nous nos mesures ? En transportant, les uns sur les autres, des objets regardés comme des solides invariables, répondra-t-on d'abord ; mais cela n'est plus vrai dans la théorie actuelle, si l'on admet la contraction lorentzienne. Dans cette théorie, deux longueurs égales, ce sont, par définition, deux longueurs que la lumière met le même temps à parcourir. (Poincaré, 1906, 132)

Poincaré reconnaît ici pour la première fois que la notion traditionnelle de la rigidité entre en conflit avec le principe de relativité, parce que la contraction de Lorentz-FitzGerald semble écarter la possibilité du transport de règles rigides, transport sur lequel dépend la mesure des longueurs [11]. Dans la théorie de Lorentz, deux longueurs équivalentes, par définition, ce sont deux longueurs qu'un rayon lumineux parcourt dans le même temps, de sorte que les solides invariables ne jouent plus ici aucun rôle métrologique.

Une question se pose ici : l'étalon lumineux de Lorentz entraîne-t-il une modification de la doctrine de l'espace physique ? Poincaré ne répond pas à cette question philosophique dans le mémoire des *Rendiconti di Palermo*, qui est une revue de mathématiques. Il réserve sa réponse à deux revues, respectivement psychologique et philosophique. Dans l'*Année psychologique* d'Alfred Binet, Poincaré rappelle le problème posé par la théorie de Lorentz pour la théorie de la mesure (1907, 3) :

11. En effet, tout déplacement implique un changement de vitesse, et la contraction de Lorentz-FitzGerald prévoit une déformation de tout corps en mouvement par rapport à l'éther, dans le sens de ce mouvement. Par conséquent, tout corps subit une déformation lors de son déplacement entre deux lieux de repos.

> [J]e n'ai parlé que des mesures que l'on peut faire avec un mètre ; mais on peut mesurer aussi une longueur par le temps que la lumière met à la parcourir, à condition que l'on admette que la vitesse de la lumière est constante et indépendante de la direction.

Poincaré reconnaît trois solutions au problème posé par le résultat de l'expérience de Michelson et Morley. On peut admettre que la vitesse de la lumière est plus grande dans la direction du mouvement de la Terre que dans la direction orthogonale. Ou bien, on peut admettre avec Lorentz que la lumière se propage dans le vide d'une façon isotrope, et définir les longueurs par la vitesse de la lumière. Dans ce cas, la Terre et tout ce qu'elle entraîne dans son mouvement par rapport à l'éther se contracte dans le sens de ce mouvement. La troisième solution, qui est celle d'Einstein, suppose que les grandeurs spatio-temporelles elles-mêmes dépendent de la vitesse relative d'un observateur inertiel.

Poincaré rejette d'emblée l'équivalence einsteinienne entre des grandeurs spatio-temporelles et les grandeurs mesurées par des barres rigides et des horloges idéales dans un référentiel inertiel (1907, 15) :

> Dans un cas comme dans l'autre, il ne peut être question de grandeur absolue, mais de la mesure de cette grandeur par le moyen d'un instrument quelconque ; cet instrument peut être un mètre, ou le chemin parcouru par la lumière ; c'est seulement le rapport de la grandeur à l'instrument que nous mesurons ; et si ce rapport est altéré, nous n'avons aucun moyen de savoir si c'est la grandeur ou bien l'instrument qui a varié.

Il faut souligner que si Poincaré envisage ici la solution d'Einstein, il ne mentionne pas le nom de ce dernier ; nous ne savons même pas avec certitude si Poincaré connaissait les travaux relativistes d'Einstein. D'ailleurs, Einstein insistait sur la relativité de l'espace et du temps, sans privilégier l'un ou l'autre, alors qu'en 1907, Poincaré prend en considération uniquement la relativité de l'espace, comme l'indique le titre de son essai. Poincaré ne reconnaîtra le phénomène de la dilatation du temps apparent que plus tard (voir Poincaré 1909). Pour l'instant, il privilégie encore les concepts de l'espace physique, le mètre rigide, et l'étalon-lumière.

Sur le plan mathématique, Poincaré se rend compte dès 1907 d'une certaine équivalence formelle entre les coordonnées de l'espace et celle du temps. Il voit que la covariance lorentzienne des lois de la physique peut être exploitée par un langage quadridimensionnel, qu'il compare à la mécanique de Hertz. Mais l'utilité d'un tel langage lui semble limitée (1907, 15) :

> Il semble bien en effet qu'il serait possible de traduire notre physique dans le langage de la géométrie à quatre dimensions ; tenter cette traduction ce serait se donner beaucoup de mal pour peu de profit, et je me bornerai à citer la mécanique de Hertz où l'on voit quelque chose d'analogue. Cependant, il semble que la traduction serait toujours moins simple que le texte, et qu'elle aurait toujours l'air d'une traduction, que la langue des trois dimensions semble la mieux appropriée à la description de notre monde, encore que cette description puisse se faire à la rigueur dans un autre idiome.

Il est clair aujourd'hui que Poincaré a sous-estimé—comme presque tous les relativistes de son temps—l'intérêt pratique d'un formalisme quadridimensionnel pour la physique. Il n'est pas anodin que Poincaré présente la mécanique de Hertz comme l'illustration d'un formalisme sans intérêt pratique dans ce contexte. Tout comme la mécanique de Hertz et ses masses cachées par rapport à la mécanique de Newton, la théorie de la relativité de Poincaré comporte elle aussi une hypothèse indifférente par rapport à la théorie d'Einstein : l'éther électromagnétique, absolument immobile et inobservable par définition [12].

12. À propos de l'hypothèse indifférente, voir Walter (2009), et pour une discussion de la philosophie de l'espace chez Hertz et Poincaré, voir Lützen (2006).

3 Le principe de relativité physique

Depuis l'année 1905, une poignée de physiciens s'intéressait à l'hypothèse d'Einstein, selon laquelle l'impossibilité de mettre en évidence l'éther tiendrait au fait que l'éther n'existe pas. Une étude de la reception de la théorie de la relativité (Walter 1999a) montre qu'elle engageait l'intérêt des mathématiciens, astronomes et philosophes, mais uniquement à partir de 1909, après quatre ans d'indifférence. Cette année là, des resultats d'experiences confirmant la théorie relativiste sont publiés, ainsi que la conférence prononcée à Cologne par Minkowski le 21 septembre 1908, intitulée "Raum und Zeit."

Selon Minkowski (1909, 69), des circonstances formelles et empiriques imposaient à ses contemporains et à lui-même d'adopter les nouvelles conceptions de l'espace et du temps issues de sa théorie. Minkowski reconnaissait une certaine continuité entre sa théorie et celle de son ancien étudiant, sans jamais les confondre. Einstein aurait proposé, selon lui (1908, 55), "une vue nouvelle du concept du temps" qui "s'impose par les phénomènes." Minkowski considérait que le monde décrit par Einstein, Lorentz, Poincaré, et Planck entre 1904 et 1907 était doté d'une certaine structure spatio-temporelle. Sa théorie codifiait formellement cette structure de l'espace et du temps : pour lui, l'espace et le temps n'étaient pas conventionnel.

Minkowski voulait développer les conséquences physiques de sa théorie (avec l'aide de son assistant Max Born). Les conséquences funestes d'une intervention chirurgicale pour appendicite l'en empêchèrent, et il mourrut le 12 janvier 1909. Son ami de jeunesse Arnold Sommerfeld, professeur de physique théorique à l'université de Munich, et ancien assistant de Félix Klein, s'est chargé de mettre en valeur la théorie de l'espace-temps auprès des physiciens. Sommerfeld délaissa le calcul matriciel novateur – et étrange – de Minkowski en faveur d'une algèbre quadridimensionnelle proche du formalisme vectoriel ordinaire, rapidement plébiscitée par les théoriciens. Autour de 1911, l'approche qu'il appelait "hyper-Minkowskienne," une fois complétée par son jeune collègue Max Laue, est devenu le formalisme standard de la physique relativiste (Walter 1999b).

Le succès du formalisme quadridimensionnel de Sommerfeld et Laue n'a pas pu échapper à Poincaré, pas plus que le ralliement au camp minkowskien d'une phare de la physique théorique française, son ancien élève Paul Langevin (1911), professeur de physique générale et expérimentale au Collège de France depuis 1909. Presque sept ans après avoir introduit un espace quadridimensionnel pour l'étude de la gravitation relativiste, Poincaré aborda la question de la signification philosophique de l'espace-temps de Minkowski le 4 mai 1912, lors de la deuxième d'une série de quatre conférences prononcées à l'université de Londres, intitulée "L'espace et le temps" (1912 ; 1963, 97–109). C'est un titre qui rappelle clairement celui de la conférence de Cologne de Minkowski.

Poincaré a pu tirer une certaine satisfaction de ce que Minkowski avait fondé sa théorie de l'espace-temps sur le même espace quadridimensionnel que celui qu'il avait lui-même introduit dans son mémoire sur la dynamique de l'électron. Cependant, le mathématicien de Göttingen avait bruyamment promu une approche anti-conventionnaliste de l'espace et du temps physique. C'est précisément ce type d'approche anti-conventionnaliste que Poincaré prend pour cible au début de sa conférence de Londres (p. 99) :

> Le principe de relativité, tel que le conçoit Lorentz, ne va-t-il pas nous imposer une conception entièrement nouvelle de l'espace et du temps et par là nous forcer à abandonner des conclusions qui pouvaient sembler acquises ? N'avons-nous pas dit que la géométrie a été construite par l'esprit à l'occasion de l'expérience, sans doute, mais sans nous être imposée par l'expérience, de telle façon que, une fois constituée, elle est à l'abri de toute révision, elle est hors d'atteinte de nouveaux assauts de l'expérience ? et cependant les expériences sur lesquelles est fondée la

> mécanique nouvelle ne semblent-elles pas l'avoir ébranlée ?"

Dans ce passage, il s'agit bien d'une conception *imposée* par le principe de relativité, et donc hors convention. La mécanique nouvelle de la théorie de la relativité semble renverser la doctrine de l'espace physique de Poincaré.

Mais qu'entend Poincaré par le "principe de relativité de Lorentz" ? Il y avait en effet plusieurs principes de relativité ; celui de Lorentz est caractérisé par le groupe de Lorentz (p. 108) :

> Le principe de relativité, sous sa forme ancienne, a dû être abandonné, il est remplacé par le principe de relativité de Lorentz. Ce sont les transformations du "groupe de Lorentz" qui n'altèrent pas les équations différentielles de la dynamique.

Chez Poincaré, le principe de relativité de Lorentz est donc équivalent à la covariance lorentzienne, ou à ce qu'on considérait depuis 1907 comme un résumé succinct de la théorie de la relativité restreinte d'Einstein.

Il semble bien qu'en 1912 Poincaré soit enfin prêt à explorer les conséquences de l'observation faite en 1905 à propos de la théorie de la mesure dans la théorie de l'électron de Lorentz (voir en amont, § 2). Il semble prêt à montrer comment sa doctrine de l'espace physique se tient par rapport à la théorie de la relativité. Il s'agit là d'un sujet souvent délaissé par les commentateurs, plus intéressés par la question de la priorité de la découverte qu'à la signification historique, comme le rappelle Darrigol (2004). Le point de vue développé par Poincaré en 1912 présente son dernier mot sur la doctrine de l'espace physique, et constitue une extension du domaine de la convention, qui couvre désormais l'espace physique et le temps physique, comme nous le verrons à travers une reconstruction de son argument.

Selon Poincaré, il y a un seul principe de relativité, qu'il appelle le "principe de relativité physique," et que j'écrirai "PRP" par commodité. Le PRP a deux formes. La première est celle de Lorentz, que Poincaré nomme le "principe de relativité de Lorentz." La seconde est celle que j'appellerai la forme de Galilée, parce qu'elle se définit par la covariance des équations différentielles de la mécanique par rapport aux transformations du groupe de Galilée. Le PRP déclare que les équations différentielles exprimant les lois physiques (p. 102)

> ...ne sont pas altérées, si l'on change les axes rectangulaires de coordonnées, ces axes restant fixes ; ni si l'on change l'origine du temps, ni si l'on remplace les axes rectangulaires fixes par des axes rectangulaires mobiles, mais dont le mouvement est une translation rectiligne et uniforme.

Autrement dit, le PRP renvoie formellement à la covariance des équations différentielles de la mécanique par rapport à un certain groupe de transformations. Poincaré distingue deux groupes dans ce contexte, qu'on a respectivement appelés plus tard les transformations galiléennes inhomogènes du groupe de Galilée, d'une part, les transformations lorentziennes inhomogènes du groupe de Poincaré, d'autre part.

Le principe de relativité physique a deux propriétés principales. Il énonce d'abord une "vérité expérimentale," susceptible d'infirmation empirique (p. 106). La signification empirique du PRP s'exprime chez Poincaré à travers deux corollaires (p. 106) :

"[L]'action mutuelle de deux corps tend vers zéro quand ces deux corps s'éloignent indéfiniment l'un de l'autre." (1)

"[D]eux mondes éloignés se comportent comme s'ils étaient indépendants." (2)

Examinons ces deux corollaires l'un après l'autre. Le premier corollaire du PRP rappelle une proposition avancée par Poincaré lors d'une conférence prononcée le 7 août 1900 au Congrès international de physique à Paris. Poincaré cherchait alors à construire une typologie des hypothèses scientifiques, dans laquelle figuraient des hypothèses "toutes naturelles," qui forment "le fonds commun de toutes les théories de la physique mathématiques" (Walter 2009). Ce sont "les dernières que l'on doit abandonner," dans la mesure où "on ne peut guère s['y] soustraire" (1900, 1166). Comme exemples d'hypothèses naturelles, Poincaré citait en 1900 la linéarité des petites oscillations, la continuité de l'action, des considérations de symétrie, et l'absence d'influence des corps très éloignés. La seule différence entre ce dernier exemple d'hypothèse naturelle et le premier corollaire empirique du PRP (1) est la condition selon laquelle la séparation relative des corps s'accroît. Cette condition rend l'hypothèse naturelle de 1900 compatible avec la théorie de la relativité de 1905. Probablement, c'est la raison pour laquelle Poincaré l'a introduite.

Au fond, la motivation de (1) n'a pas changé entre 1900 et 1912. L'hypothèse naturelle devait faire disparaître les effets des forces à grande portée dont la grandeur diminue avec la distance (telles que la force de gravitation newtonienne et les forces électromagnétiques), et créer ainsi la possibilité de systèmes mécaniques multiples et indépendants. En tant que conséquence de ce que Poincaré appelle le "principe de relativité psychologique" (principe selon lequel nos mesures de longueurs et de durées sont conventionnelles), l'existence des étoiles lointaines rend la notion de système de référence inertiel "purement conventionnelle," et elle nous oblige, lorsque nous nous servons de cette notion, à nous passer d'une "rigueur absolue" (p. 103).

Le deuxième corollaire du PRP (2) rappelle, comme le premier, une analyse antérieure de Poincaré. Dans un essai écrit pour le congrès de philosophie à Paris en 1900, Poincaré avait cherché une généralisation du principe galiléen du mouvement relatif vers des systèmes de référence en rotation uniforme. Si nous voulons calculer les trajectoires de deux corps qui s'attirent selon la loi de Newton, expliquait-il, il nous faut la position et la vitesse des deux corps avec les valeurs initiales, ainsi qu'"autre chose." Comme le remarque Earman (1989, 86), c'est cet “autre chose” qui troublait l’esprit de Poincaré. La solution des trajectoires peut venir de la connaissance de la valeur initiale des accélérations, la constante des aires, l’orientation absolue de l’univers ou sa vitesse angulaire, ou même la connaissance de la position ou la vitesse du corps Alpha introduit par Carl Neumann en 1869. “[O]n n’a que le choix des hypothèses” écrivait Poincaré, non sans une nuance de regret [13].

La position de Poincaré sur cette question a évolué entre 1902 et 1912. En effet la conférence de Londres propose un argument inédit en faveur du deuxième corollaire du PRP (2). Essentiellement, comme le remarque Kerszberg (1989, 139), Poincaré réalise qu’il suffirait de disposer de plusieurs univers, au lieu d’un seul, pour régler convenablement le problème des trajectoires (p. 105) :

> Au lieu de considérer l’univers entier, envisageons maintenant nos petits mondes séparés sans action mécanique les uns sur les autres, mais visibles les uns pour les autres ; si l’un de ces mondes tourne, nous verrons alors qu’il tourne ; nous reconnaîtrons que la valeur que l’on doit attribuer à la constante dont nous venons de parler dépend de la vitesse de rotation et c’est ainsi que se trouvera justifiée la convention habituellement adoptée par les mécaniciens.

Le PRP offre à Poincaré une voie de sortie du dilemme, parce qu’il implique l’existence de systèmes mécaniques indépendants, comme l’affirme son deuxième corollaire (2) [14].

La deuxième propriété saillante du PRP est sa capacité de définir l’espace et le temps. Le PRP “peut servir à définir l’espace,” parce que la mesure des longueurs se réalise en déplaçant des solides, et que l’équivalence de deux longueurs dépend par définition de la coïncidence de

13. Voir Poincaré (1901, 487), réédité dans (1968, 137). À propos de l’histoire du corps Alpha, voir le livre de Martínez (2009).

14. Un proche de Poincaré, le physicien de Nancy René Blondlot (1901) a fondé la mécanique sur l’absence d’accélération de tout point matériel “supposé seul,” dans sa communication au Congrès de philosophie de 1900. Par rapport à la structure de la mécanique de Blondlot, Poincaré inverse en 1912 l’ordre des propositions : la covariance de la mécanique exige le mouvement libre des points matériels isolés. A propos des principes de la mécanique de Blondlot, voir Jouguet (1908–1909, 2 :144).

figures. Ici Poincaré revient en effet à la question qu'il s'était posée en 1906 à propos de la théorie de la mesure (p. 106) :

> [C]omment le corps solide pouvait-il nous servir à mesurer, ou plutôt à construire l'espace ? En transportant un corps solide d'une position dans une autre, nous reconnaissions qu'on peut l'appliquer d'abord sur une figure et ensuite sur une autre et nous convenions de considérer ces deux figures comme égales. De cette convention naissait la géométrie.

Le PRP affirme l'invariance lors du déplacement uniforme des solides et d'autres systèmes mécaniques isolés, et, selon Poincaré, "il nous fournit pour ainsi dire un nouvel instrument de mesure" (p. 106). À chaque déplacement possible d'un solide correspond une certaine transformation qui laisse invariantes la forme et la grandeur d'une figure donnée. Quand nous considérons toutes ces transformations comme un ensemble, elles forment un groupe : c'est le groupe des déplacements des solides invariables, appelé le groupe d'Euclide. La géométrie chez Poincaré étant coextensive à l'étude de la structure des groupes de transformations (voir en amont, § 1), le PRP fournit un fondement physique à la géométrie euclidienne.

En dehors de l'étude du déplacement des solides, il existe une autre manière de définir l'espace physique. Nous pouvons affirmer que les équations différentielles de la mécanique sont covariantes par rapport à des transformations qui correspondent à certains déplacements. Le groupe de déplacement des solides invariables, d'une part, et le groupe de symétrie de la mécanique, d'autre part, donnent lieu à deux conceptions de l'espace qui ne diffèrent pas "essentiellement," parce que les deux groupes définissent l'espace de telle sorte que la forme des solides est invariante par rapport aux déplacements concernés. À la place du solide dans l'ancienne conception des fondements de la géométrie, nous avons une notion plus générale : celle d'un système mécanique. En fait, quand on définit l'espace à travers le groupe du déplacement des solides, on admet que les équations d'équilibre ne varient pas par rapport aux déplacements concernés. Autrement dit, on définit l'espace de telle sorte que les équations d'équilibre des solides sont covariantes par rapport aux changements d'axes. Ces équations d'équilibre ne sont elles-mêmes qu'un cas particulier des équations de la mécanique, explique Poincaré, "lesquelles, d'après le principe de relativité physique, ne doivent pas être modifiées par ce changement d'axes." Par conséquent, en ce qui concerne les solides, il n'y a pas de différence entre l'ancienne manière de définir l'espace et la nouvelle.

Au-delà du cas restreint des solides, les conceptions de l'espace respectivement liées aux deux groupes diffèrent de deux façons. Le groupe de symétrie de la mécanique est plus large que le groupe du déplacement des solides : l'un recouvre des systèmes mécaniques entiers, et pas les solides seulement, comme l'autre. La juxtaposition du groupe d'Euclide et du groupe de symétrie de la mécanique classique est essentiel à l'argument de Poincaré, parce qu'elle fait le lien entre ses doctrines pré- et post-relativiste. Mais elle est empruntée (sans attribution nominative) à une conférence de Minkowski, qui s'en est servie pour présenter sa théorie de l'espace-temps [15].

La conception de l'espace fondée sur le groupe de symétrie de la mécanique diffère de celle fondée sur le groupe d'Euclide d'une seconde manière, en ce qu'elle

> ...ne définit pas seulement l'espace, elle définit le temps. Elle nous apprend ce que c'est que deux instants simultanés, ce que c'est que deux temps égaux ou qu'un temps double d'un autre.

L'espace et le temps sont tous les deux définis dans la nouvelle conception de l'espace fondée sur le groupe de symétrie de la mécanique. Jamais auparavant Poincaré n'avait admis que le choix d'un groupe d'invariance pouvait définir l'espace et le temps, comme le souligne jus-

15. De son coté, Minkowski omit toute mention de Poincaré de sa conférence de Cologne, alors qu'une publication antérieure reconnaissait les contributions de Lorentz, Einstein, Planck et Poincaré à la théorie de la relativité (Walter 1999a).

tement Paty (1996, 129). En fait, la préférence qu'exprime Poincaré pour une conception de l'espace et du temps fondée sur le groupe de symétrie de la mécanique représente une modification essentielle de sa doctrine de l'espace physique : les lois de la mécanique sont désormais plus fondamentales à notre connaissance du monde que les axiomes de la géométrie. Autrement dit, après réflexion—et sept ans après la théorie de la relativité—Poincaré considère que l'espace-temps est plus fondamental que l'espace euclidien.

On se demande si Poincaré renonce à sa doctrine sans le dire, car, comme je l'ai déjà indiqué, définir l'espace-temps par le group de symétrie des lois de la physique revient à admettre ce qu'avançait Minkowski, en contradiction avec la doctrine conventionnaliste poincaréienne de l'espace physique. Il n'en est rien. Poincaré explique que le PRP, en tant que loi empirique, est "susceptible d'une incessante révision." Le genre de révision envisagé par Poincaré impliquait une révision de la géométrie de l'espace. Aurait-il prévu une théorie de la relativité générale, dans laquelle le groupe d'invariance de la mécanique serait le groupe générale ? C'est possible, mais plus probablement, Poincaré pense au programme de généralisation de la relativité restreinte à des systèmes de référence accélérés uniformément, annoncé en 1907 par Einstein, qui prédisait alors une certaine courbure des rayons lumineux autour du Soleil (1907; 1911). Quoi qu'il en soit, Poincaré tient à ce que la géométrie de l'espace physique échappe à la révision, même si un jour le PRP est contredit par l'expérience. Pour cela, il faut que le PRP lui-même change de statut (p. 107) :

> Une dernière remarque : le principe de relativité physique, nous l'avons dit, est un fait expérimental, au même titre que les propriétés des solides naturels ; comme tel, il est susceptible d'une incessante révision ; et la géométrie doit échapper à cette révision ; pour cela il faut qu'elle redevienne une convention, que le principe de relativité soit regardé comme une convention ….

Alors que le PRP est un “fait expérimental” aux yeux de Poincaré, il veut toutefois qu’on le considère comme une convention, afin qu’il ne soit pas modifié en cas d’attaque empirique. La géométrie de l’espace physique (et du temps physique) sera ainsi préservée de toute modification [16].

Pour mieux asseoir sa pensée, Poincaré imagine une force de grande portée qui diminue d’abord avec la séparation, puis s’accroît. La trajectoire d’un corps soumis à une telle force est en conflit avec le premier corollaire empirique du PRP [17]. C’est alors, dit-il (p. 107), que le PRP “se présente à nous comme une convention” : dans ce cas de figure en effet, nous ferions le nécessaire pour sauver le PRP, par exemple, en alléguant un mécanisme caché. Or, si nous accordons au PRP le statut d’une convention, la géométrie de l’espace physique ne peut plus être déterminée par l’expérience, comme le veut la doctrine de l’espace physique.

Jusqu’ici, Poincaré n’a fait que mettre à jour sa doctrine de l’espace physique, en introduisant la nouvelle physique des référentiels inertiels, sans parler de la théorie de la relativité. Seuls les quatre derniers paragraphes de la conférence de Londres sont consacrés à celle-ci, lorsque Poincaré cherche à expliquer “la révolution qui est due aux récents progrès de la Physique” (p. 108) :

> Le principe de relativité, sous sa forme ancienne, a dû être abandonné, il est remplacé par le principe de relativité de Lorentz.

En termes modernes, on dirait que la covariance galiléenne a été remplacée par la covariance lorentzienne. Selon Poincaré, le PRP avec la covariance lorentzienne peut servir à définir l’espace-temps au même titre que le PRP avec la covariance galiléenne :

> Tout se passe comme si le temps était une quatrième dimension de l’espace ; et

16. Il faut souligner le changement statutaire du PRP qu’opère Poincaré dans cette phrase : le PRP passe du statut d’une loi physique à celui d’une convention. Ce changement a été négligé par Holton (1973, 189), qui tronque abusivement cette même phrase afin de montrer que Poincaré considérait le principe de relativité comme un fait expérimental. À propos de la lecture de Holton, voir aussi la prochaine section.

17. Je remercie Erhard Scholz et Arthur Fine de m’avoir alerté à ce conflit.

comme si l'espace à quatre dimensions résultant de la combinaison de l'espace ordinaire et du temps pouvait tourner non seulement autour d'un axe de l'espace ordinaire, de façon que le temps ne soit pas altéré, mais autour d'un axe quelconque. Pour que la comparaison soit mathématiquement juste, il faudrait attribuer des valeurs purement imaginaires à cette quatrième coordonnée de l'espace ; les quatre coordonnées d'un point de notre nouvel espace ne seraient pas x, y, z et t, mais x, y, z et $t\sqrt{-1}$.

Un espace quadridimensionnel de métrique indéfinie à été introduit par Poincaré dans la dernière section de son mémoire sur la dynamique de l'électron (1906), afin d'identifier des quantités invariantes par rapport aux transformations du groupe de Lorentz, qui pouvaient entrer dans une loi relativiste de l'attraction gravitationnelle. Pourtant, la théorie à laquelle Poincaré se réfère n'est pas la sienne, mais celle de Minkowski, comme le remarque Paty (1996, 132). En effet, Poincaré précise que dans la mécanique nouvelle il existe des paires d'événements (A, B) telles que l'événement $A = (x_1, y_1, z_1, t_1)$ ne peut être ni la cause ni l'effet de l'événement $B = (x_2, y_2, z_2, t_2)$. Il admet qu'en vue de l'espace-temps de Minkowski sa définition ancienne de la simultanéité, sans doute celle de (Poincaré, 1898a) fondée sur les rapports de causalité, devient “insuffisante.” C'est Minkowski qui le premier a identifié semblables paires de points de l'espace-temps, un point étant situé à l'origine, l'autre se trouvant dans une région de l'espace-temps réservée à des quadrivecteurs du genre espace (*raumartigen Vektoren*, Fig. 1). Cet aperçu fut relié par les les savants de l'époque à la théorie de l'espace-temps de Minkowski : il fournit une preuve de la fécondité de l'approche géométrique de Minkowski [18].

Poincaré ne dit rien de plus au sujet de l'espace-temps de Minkowski, conception peu connue outre-Manche, mais qui retenait l'attention des relativistes en Allemagne et en France

18. Minkowski (1908, § 6 ; 1909, § III). Il faut souligner que si Poincaré reconnaît implicitement la contribution de Minkowski à son traitement de la causalité dans la théorie de la relativité, il n'emploie jamais le langage minkowskien de l'“espace-temps” (*Raumzeit*).

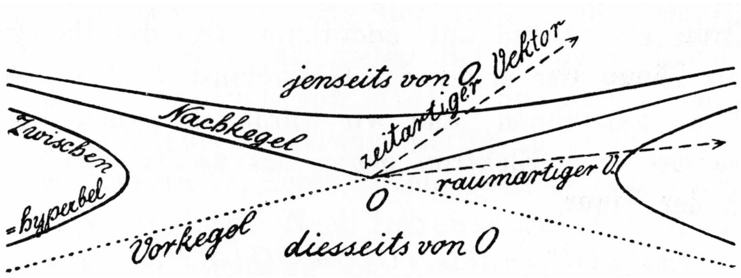

FIGURE 1 – Hypercônes de lumière dans l'espace-temps de Minkowski (Minkowski 1909).

depuis 1910. Parmi ces relativistes se trouvaient deux anciens élèves de Poincaré : Paul Langevin, physicien au Collège de France, et Émile Borel, mathématicien à la Faculté des sciences de Paris. C'est sans doute à eux que songeait Poincaré à la fin de sa conférence londonienne (p. 109) :

> Quelle va être notre position en face de ces nouvelles conceptions ? Allons-nous être forcés de modifier nos conclusions ? Non certes : nous avions adopté une convention parce qu'elle nous semblait commode, et nous disions que rien ne pourrait nous contraindre à l'abandonner. Aujourd'hui certains physiciens veulent adopter une convention nouvelle. Ce n'est pas qu'ils y soient contraints ; ils jugent cette convention nouvelle plus commode, voilà tout ; et ceux qui ne sont pas de cet avis peuvent légitimement conserver l'ancienne pour ne pas troubler leurs vieilles habitudes. Je crois, entre nous, que c'est ce qu'ils feront encore longtemps.

La théorie de la relativité n'oblige personne à croire qu'il y ait une géométrie de l'espace physique. Poincaré souligne ici à juste titre que ses conclusions antérieures restent valides. Seulement, comme on l'a vu, il a dû remplacer une convention sur l'espace par une convention sur l'espace-temps.

La position adoptée par Poincaré soulève plusieurs questions. D'abord, en préférant le PRP avec covariance galiléenne, Poincaré désavoue-t-il du même coup la covariance lorentzienne ? Son affirmation précitée, selon laquelle le principe de relativité de Lorentz a remplacé l'ancien principe de relativité, suggère plutôt le contraire. Après une hésitation de plusieurs années, Poincaré s'est convaincu de la validité expérimentale de la mécanique nouvelle fondée sur la covariance lorentzienne. Bien corroborée par l'expérience, le PRP avec covariance lorentzienne était un bon candidat au titre de convention, mais Poincaré préféra définir l'espace-temps par la covariance galiléenne des lois.

La préférence qu'exprime Poincaré en faveur de la covariance galiléenne est-elle cohérente ? Les conventions galiléennes et lorentziennes s'appliquent aux mêmes systèmes de référence, et les quantités mesurées sont alors réelles ou apparentes, selon la convention choisie. Selon Poincaré, les quantités mesurées sont toujours "apparentes," alors que les quantités "réelles" appartiennent à l'éther [19]. En principe, comme l'a admis Carl Neumann en 1869 (Barbour 1989, 653), on peut désigner n'importe quel système de référence inertiel comme système absolu de référence. Poincaré ne reconnaît pas expressément cette capacité de choix ; il affirme, en revanche, que la déformation des instruments de mesure en mouvement par rapport à l'éther peut avoir lieu d'une façon telle qu'on ne puisse jamais la détecter (p. 99). Il s'agit là, en fait, d'un corollaire empirique du PRP, bien que Poincaré ne le reconnaisse pas explicitement [20].

Si nous admettons que la défense de l'espace-temps de Galilée est à la fois relativiste et cohérente, elle pourrait toutefois sembler inutilement compliquée. En fait, il suffirait d'admettre le PRP avec covariance lorentzienne (c'est-à-dire, l'espace-temps de Minkowski) pour balayer la distinction artificielle entre une quelconque quantité réelle et la quantité apparente qui lui correspond dans l'espace-temps de Galilée. Ainsi, les quantités mesurées dans un système de référence inertiel sont vraies, et le concept de l'éther est rendu superflu. C'est une approche que nous trouvons commode aujourd'hui. En 1912 cependant, l'approche de Poincaré semblait

19. Autrement dit, les quantités mesurées par un observateur au repos par rapport à l'éther sont réelles selon Poincaré, alors que l'éther lui-même existe par convention.

20. La déformation des instruments invoquée par Poincaré concernait les règles et les horloges ; voir, par exemple, la conférence "La mécanique nouvelle," prononcée par Poincaré à Lille le 2 août 1909 (1909, 173).

encore plus commode à la plupart des physiciens, formés par une tradition tricentenaire qui tenait l'espace et le temps pour des absolus.

Quels sont les physiciens qui, à l'époque, auraient pu rejeter la conception traditionnelle ? Sans pouvoir les identifier avec certitude, on peut supposer que Poincaré songeait d'abord aux minkowskiens les plus en vue, par exemple à son correspondant Arnold Sommerfeld, et aux anciens étudiants de Minkowski : Max Born, Max von Laue, Gunnar Nordström et Theodor Kaluza. On peut encore penser aux anciens collègues de Minkowski à Göttingen, Max Abraham et Gustav Herglotz, au physicien de Griefswald Gustav Mie, et au physicien viennois Philipp Frank. Aucun d'eux n'est conventionnaliste, en dépit de ce qu'avance Poincaré.

Bien avant 1912, et bien après, plusieurs physiciens et astronomes renommés ont confronté le principe de relativité à l'expérience. Comme la plupart des physiciens, Einstein considérait la covariance lorentzienne des lois physiques comme une hypothèse sujette à la corroboration expérimentale. À son ami Friedrich Adler, l'anti-relativiste partisan de Mach incarcéré à Vienne pour avoir tué de sang-froid le Premier Ministre de l'empire austro-hongroise, Einstein a refusé l'idée que la covariance lorentzienne puisse être une convention. Après avoir exprimé les transformations de Lorentz sous la forme

$$x' = \ell\beta(x - ut),\ y' = \ell y,\ z' = \ell z,\ t' = \ell\beta\left(t - \frac{u}{c^2}x\right)$$

où $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$, Einstein expliqua à Adler la nature de la constante ℓ :

> [I]l est clair que le choix de ℓ ne signifie pas une simple convention formelle, mais plutôt une hypothèse qui caractérise le réel. [...] Ainsi Bucherer, par exemple, soutenait une théorie quelque temps, qui sort d'un autre choix de ℓ. Aujourd'hui la question d'un autre choix de ℓ ne se pose plus, puisque les lois du mouvement de l'électron sont vérifiées avec plus de précision.

Alors qu'Einstein n'invoque pas le nom de Poincaré dans sa lettre à Adler, nous savons qu'il connaissait la philosophie conventionnaliste du mathématicien français. De son point de vue, Poincaré avait eu le tort de considérer la covariance lorentzienne comme une convention, puisqu'il s'agit selon lui d'une hypothèse en contact avec le monde réel [21].

4 Discussion

Les deux approches principales de la relativité restreinte vers 1912, associées à Lorentz et Poincaré d'une part, et Einstein et Minkowski d'autre part, se distinguent par leur ontologie, mais aussi par leurs fruits respectifs. On a vue que Poincaré considérait deux formes du principe de relativité physique : une forme galiléenne, servant à définir l'espace-temps de Galilée, et une forme lorentzienne, servant à définir l'espace-temps de Minkowski. Pourquoi a-t-il préféré une forme à l'autre ?

Une première réponse a été proposée par Holton (1973), qui chercha à expliquer l'attachement de Poincaré au concept de l'éther par son conservatisme scientifique. Poincaré, selon Holton, fut le "plus brillant conservateur de son temps." Cependant, Poincaré s'est fait une réputation de critique de la physique classique, surtout à partir des essais réunis dans son livre *La Science et l'hypothèse* (1902). Les contemporains de Poincaré l'ont considéré comme le plus éclairé des physiciens théoriciens, toujours à la pointe des découvertes les plus récentes (Walter et al. 2007). Pour Émile Borel (1924), par exemple, Poincaré "a contribué plus qu'aucun autre à créer ce que l'on peut appeler l'esprit des théories physiques du XX^e siècle, en opposition

21. Einstein à F. Adler, 29.08.1918 (Einstein 1998, Doc. 628). Un mois après cet échange avec Adler, Einstein exprimait son accord avec la position du mathématicien allemand Eduard Study sur la doctrine de l'espace physique de Poincaré ; voir Einstein à E. Study, 25.09.1918 (Einstein 1998, Doc. 624). Pourtant, quelques mois plus tard, dans une lettre au philosophe Hans Vaihinger, Einstein considère que le point de vue de Poincaré sur le rôle de la géométrie dans les sciences est "wesentlich tiefer" que celui de Study (Saß 1979, 319). À propos du rapport entre Vaihinger et Poincaré, voir Bouriau (2009), et sur le choix de ℓ, voir les notes de la correspondance entre Poincaré et Lorentz (Poincaré 2007, § 38.3).

avec celles du XIX^e siècle." Il semble donc impossible d'expliquer la préférence de Poincaré pour l'éther – et par extension, pour l'espace-temps de Galilée – par rapport à une quelconque tendance conservatrice.

Un aspect de la biographie Poincaré pourrait nous aider à mieux comprendre la préférence de Poincaré pour l'espace-temps de Galilée. Poincaré a été formé dans les meilleures écoles d'ingénieurs de l'État français. À l'École polytechnique et à l'École nationale des mines il apprenait comme tous les jeunes ingénieurs comment identifier et mettre en œuvre les méthodes promettant d'améliorer le rendement des machines de tout ordre. Les traces de cette formation "X-Mines" sont visibles tout le long de la carrière scientifique de Poincaré, par exemple, quand il incite ses pairs scientifique à "augmenter le rendement de la machine scientifique" (Poincaré 1900, 1164, cité par Galison 2003, 201).

Or, si Poincaré évaluait les mérites respectifs des deux formes du PRP en fonction de plusieurs critères, l'amélioration du rendement scientifique comptait assurément parmi ces critères. À partir de ce seul critère du rendement scientifique, compte tenu de l'état des recherches en physique relativiste en 1912, on ne pouvait guère distinguer les deux approches de l'espace-temps. Chacune avait à son crédit une théorie de l'électron, de la mécanique, de l'électrodynamique des milieux en mouvement, et de la gravitation. Il était donc raisonnable de croire en 1912 que les deux approches seraient encore fécondes pour la science.

Néanmoins, certains faits de la vie quotidienne pesaient déjà contre la convention de Galilée. Depuis 1911, l'approche minkowskienne dominent les publications du journal de physique allemande, les *Annalen der Physik* (Walter 1999b), et les plus brillants des jeunes théoriciens sont des minkowskiens convaincus ou—comme Einstein—sur le point de le devenir. Deux des meilleurs élèves de Poincaré faisaient partie du nombre, ce qu'il n'a pas pu ignorer, et sa conférence de Londres peut se lire comme une tentative pour atténuer la force du courant minkowskien.

Cette conférence porte la marque de son ultime effort en physique relativiste. Il allaient s'éteindre dix semaines plus tard. Sachant que Poincaré a souvent fait preuve, en physique, d'un esprit critique très aiguisé, on se demande ce qu'il aurait pensé de l'évolution des recherches dans cette discipline dans l'année suivant sa mort. Deux développements en particulier auraient sans doute attisé son sens critique. L'un d'eux, la première théorie de l'atome de Niels Bohr, montre sa préférence pour l'espace-temps de Galilée sous son meilleur jour, l'autre, une première tentative d'Einstein vers la théorie de la relativité générale, montre les limitations de cette approche.

Les limites de la forme galiléenne du PRP éclatent au grand jour lorsqu'on prend en considération la théorie de la relativité générale d'Einstein, dont la première version significative a vu le jour en 1913, avec l'*Entwurf* d'Einstein et Großmann (1913). Comme presque tous ses contemporains, Poincaré ne pouvait prévoir la naissance d'une théorie de la gravitation décrite par une variété pseudo-riemannienne à quatre dimensions. En un sens, il faut bien le reconnaître, le succès de la théorie d'Einstein fut également celui de la forme lorentzienne du PRP, puisque Einstein exigeait que la covariance lorentzienne soit valide dans le cas limite d'un champ de gravitation très faible. Mais au moment de la conférence de Londres de Poincaré, l'avance séculaire du périhélie de Mercure était une anomalie pour les deux formes, galiléenne et lorentzienne, du PRP. Poincaré fut le premier à en faire la remarque [22].

Un second épisode, survenu également en 1913, fait en revanche la part plus belle à la convention galiléenne : je pense au premier modèle de l'atome d'hydrogène de Bohr. Selon ce modèle, l'électron est contraint de circuler dans un nombre discret d'orbites dans l'espace-temps de Galilée. Alors que cette contrainte place le modèle de Bohr en dehors de la physique classique, l'espace-temps de référence est celui de Galilée, pas encore celui de Minkowski.

22. Walter (2007, 208)). À propos de la genèse de la relativité générale, voir Renn (2007).

Deux ans plus tard, Sommerfeld retravaillera le modèle de Bohr afin d'introduire des orbites elliptiques en précession relativiste, et trouvera une explication de la structure fine des raies du spectre de l'atome d'hydrogène. L'étude des orbites dans une version nouvelle de l'atome de Bohr fera appel, quelques années plus tard, aux méthodes analytiques sophistiquées introduites par Poincaré dans les années 1890s en mécanique céleste (Darrigol 1992, chap. 6).

Il est possible, et même fort probable, que Poincaré s'attendait à une théorie telle que celle de Bohr. À l'automne 1911, aux côtés d'Einstein, Planck, Sommerfeld, Nernst et d'autres, Poincaré a participé au premier Conseil Solvay consacré à la discussion de la théorie des quanta. Comme l'observe Staley (2005), Poincaré fut frappé par le fait que les physiciens parlaient de la mécanique relativiste comme d'une "mécanique ancienne," tandis que la "mécanique nouvelle" désignait celle des quanta d'énergie. Peu de temps après le Conseil, Poincaré a démontré (tout comme Paul Ehrenfest) que l'hypothèse du quantum est nécessaire et suffisante à la loi de Planck (Prentis 1995). Il s'est rendu compte par la suite d'un conflit entre la mécanique des quanta et les *deux* mécaniques, classique et relativiste (1963, 111, 125), qu'il allait surmonter en soutenant l'aspect conventionnel des espace-temps de Galilée et Minkowski.

Remerciements

Je remercie Yemima Ben-Menahem, Olivier Darrigol, Arthur Fine, Gerhard Heinzmann et Erhard Scholz de leurs commentaires amicaux. Je remercie également mon collègue Christophe Bouriau pour sa relecture et conseils stylistiques.

Références

Barankin, Edward W. (1942), "Heat flow and non-Euclidean geometry", *American Mathematical Monthly* 49 : 4–14.

Barbour, Julian B. (1989), *Absolute or Relative Motion ? Vol. 1 : The Discovery of Dynamics*, Cambridge : Cambridge University Press.

Bellivier, André (1956), *Henri Poincaré ou la vocation souveraine*, Paris : Gallimard.

Ben-Menahem, Yemima (2006), *Conventionalism : From Poincaré to Quine*, Cambridge : Cambridge University Press.

Blondlot, René (1901), "Exposé des principes de la mécanique", in Congrès international de philosophie (1900–1903), vol. 3, pp. 445–455.

Borel, Émile (1924), "Henri Poincaré", *Revue scientifique* 62 : 321–324.

Bouriau, Christophe (2009), "Vaihinger and Poincaré : an original pragmatism", in Heidelberger and Schiemann (2009).

Charle, Christophe and Telkes, Eva (1989), *Les professeurs de la faculté des sciences de Paris (1901–1939)*, Paris : Éditions du CNRS.

Congrès international de philosophie (1900–1903), *Bibliothèque du Congrès international de philosophie*, Paris : Armand Colin.

Darrigol, Olivier (1992), *From c-Numbers to q-Numbers : The Classical Analogy in the History of Quantum Theory*, Berkeley : University of California Press.

——— (2004), "The mystery of the Einstein-Poincaré connection", *Isis* 95 : 614–626.

Duhem, Pierre (1906), *La Théorie physique : son objet et sa structure*, Paris : Chevalier & Rivière.

Earman, John (1989), *World Enough and Space-Time : Absolute vs. Relational Theories of Space and Time*, Cambridge MA : MIT Press.

Einstein, Albert (1907), "Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen Folgerungen", *Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik* 4 : 411–462.

——— (1911), "Über den Einfluß der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes", *Annalen der Physik* 35 : 898–908.

——— (1949), "Reply to criticisms", in Paul Arthur Schilpp (ed.), *Albert Einstein : Philosopher-Scientist*, Evanston, Ill. : The Library of Living Philosophers, pp. 665–688.

——— (1998), *The Berlin Years : Correspondence, 1914–1918*, Robert Schulmann, Anne J. Kox, Michel Janssen and József Illy, eds., Princeton : Princeton University Press.

Einstein, Albert and Großmann, Marcel (1913), *Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie und einer Theorie der Gravitation*, Leipzig : Teubner.

Galison, Peter (2003), *Einstein's Clocks and Poincaré's Maps : Empires of Time*, New York : Norton.

Gilain, Christian (1991), "La théorie qualitative de Poincaré et le problème de l'intégration des équations différentielles", *Cahiers d'histoire et de philosophie des sciences* 34 : 215–242.

Gispert, Hélène (1987), "La correspondance de G. Darboux avec J. Houël, Chronique d'un rédacteur (déc. 1869–nov. 1871)", *Cahiers du séminaire d'histoire des mathématiques* 8 : 67–202.

Gray, Jeremy (ed.) (1999), *The Symbolic Universe : Geometry and Physics, 1890–1930*, Oxford : Oxford University Press.

Gray, Jeremy (2000), *Linear Differential Equations and Group Theory from Riemann to Poincaré*, Boston : Birkhäuser, 2d edn.

Gray, Jeremy and Walter, Scott (1997), "Introduction", in Poincaré (1997), pp. 1–25.

Heidelberger, Michael and Schiemann, Gregor (eds.) (2009), *The Significance of the Hypothetical in the Natural Sciences*, Berlin : Walter de Gruyter.

Heinzmann, Gerhard (2001), "The foundations of geometry and the concept of motion : Helmholtz and Poincaré", *Science in Context* 14 : 457–470.

——— (2006), "Philosophie des sciences", in Éric Charpentier, Étienne Ghys, et Annick Lesne, éds., *L'héritage scientifique de Poincaré*, Paris : Belin, pp. 404–423.

Helmholtz, Hermann von (1876), "Über den Ursprung und die Bedeutung der geometrischen Axiome", in Hermann von Helmholtz (ed.), *Populäre wissenschaftliche Vorträge*, Braunschweig : Vieweg, 2d edn., Vol. 3, pp. 23–54.

Holton, Gerald (1973), *Thematic Origins of Scientific Thought : Kepler to Einstein*, Cambridge MA : Harvard University Press.

Israel, Giorgio and Menghini, Marta (1998), "The "Essential Tension" at work in qualitative analysis : a case study of the opposite points of view of Poincaré and Enriques on the relationships between analysis and geometry", *Historia Mathematica* 25 : 379–411.

Jouguet, Émile (1908–1909), *Lectures de mécanique : la mécanique enseignée par les auteurs originaux*, 2 vols., Paris : Gauthier-Villars.

Kerszberg, Pierre (1989), *The Invented Universe : The Einstein-De Sitter Controversy (1916–17) and the Rise of Relativistic Cosmology*, Oxford : Oxford University Press.

Langevin, Paul (1911), "L'évolution de l'espace et du temps", *Scientia (Rivista di Scienza)* 10 : 31–54.

Lützen, Jesper (2006), "Images and conventions : Kantianism, empiricism, and conventionalism in Hertz's and Poincaré's philosophies of space and mechanics", in Michael Friedman and Alfred Nordmann, eds., *The Kantian Legacy in Nineteenth-Century Science*, Cambridge, MA : MIT Press, pp. 315–330.

Martínez, Alberto A. (2009), *The Neglected Science of Motion : The Kinematic Origins of Relativity*, Baltimore : Johns Hopkins University Press.

Minkowski, Hermann (1908), "Die Grundgleichungen für die electromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern", *Nachrichten von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen* : 53–111.

——— (1909), "Raum und Zeit", *Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung* 18 : 75–88.

Nabonnand, Philipp. (2000), "La polémique entre Poincaré et Russell au sujet du statut des axiomes de la géométrie", *Revue d'histoire des mathématiques* 6 : 219–269.

Panza, Marco (1995), “L’intuition et l’évidence ; la philosophie kantienne et les géométries non euclidiennes : relecture d’une discussion”, in Jean-Claude Pont et Marco Panza, éds., *Les savants et l’épistémologie vers la fin du XIXe siècle*, Paris : Blanchard, pp. 39–87.

Paty, Michel (1993), *Einstein philosophe : la physique comme pratique philosophique*, Paris : Presses Universitaires de France.

——— (1996), “Poincaré et le principe de relativité”, in Jean-Louis Greffe, Gerhard Heinzmann et Kuno Lorenz, éds., *Henri Poincaré : Science et philosophie*, Berlin : Akademie Verlag, pp. 101–143.

Poincaré, Henri (1887), “Sur les hypothèses fondamentales de la géométrie”, *Bulletin de la Société Mathématique de France* 15 : 203–216.

——— (1891), “Les géométries non euclidiennes”, *Revue générale des sciences pures et appliquées* 2 : 769–774.

——— (1892a), “Non-Euclidian geometry”, *Nature* 45 : 404–407.

——— (1892b), “Sur les géométries non euclidiennes”, *Revue générale des sciences pures et appliquées* 3 : 74–75.

——— (1895), “L’espace et la géométrie”, *Revue de métaphysique et de morale* 3 : 631–646.

——— (1898a), “La mesure du temps”, *Revue de métaphysique et de morale* 6 : 1–13.

——— (1898b), “On the foundations of geometry”, *Monist* 9 : 1–43.

——— (1900), “Les relations entre la physique expérimentale et la physique mathématique”, *Revue générale des sciences pures et appliquées* 11 : 1163–1175.

——— (1901), “Sur les principes de la mécanique”, in Congrès international de philosophie (1900–1903), vol. 3, pp. 457–494.

——— (1902), *La Science et l’hypothèse*, Paris : Flammarion.

——— (1903), “L’espace et ses trois dimensions (II)”, *Revue de métaphysique et de morale* 11 : 407–429.

——— (1906), “Sur la dynamique de l’électron”, *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo* 21 : 129–176.

——— (1907), “La relativité de l’espace”, *Année psychologique* 13 : 1–17.

——— (1909), “La mécanique nouvelle”, *Revue scientifique* 12 : 170–177.

——— (1912), “L’espace et le temps”, *Scientia (Rivista di Scienza)* 12 : 159–170.

——— (1963), *Dernières pensées*, Paris : Flammarion, 2de édn.

——— (1968), *La science et l’hypothèse*, Paris : Flammarion.

——— (1997), *Trois suppléments sur la découverte des fonctions fuchsiennes*, Jeremy Gray et Scott Walter, éds., Berlin : Akadémie Verlag.

——— (2007), *La correspondance entre Henri Poincaré et les physiciens, chimistes et ingénieurs*, Scott Walter, Étienne Bolmont et André Coret, éds., Basel : Birkhäuser.

Pont, Jean-Claude (1986), *L'aventure des parallèles : histoire de la géométrie non euclidienne : précurseurs et attardés*, Bern : Peter Lang.

Prentis, Jeffrey J. (1995), "Poincaré's proof of the quantum discontinuity of nature", *American Journal of Physics* 63 : 339–350.

Reichenbach, Hans (1958), *The Philosophy of Space and Time*, New York : Dover.

Renn, Jürgen (ed.) (2007), *The Genesis of General Relativity*, 4 vols., Berlin : Springer.

Rollet, Laurent (2001), *Henri Poincaré : des mathématiques à la philosophie*, Lille : Éditions du Septentrion.

Rowe, David E. (1992), "Klein, Mittag-Leffler, and the Klein-Poincaré correspondence of 1881-1882", in Sergei S. Demidov and Menso Folkerts (eds.), *Amphora : Festschrift for Hans Wussing on the Occasion of His 65th Birthday*, Basel : Birkhäuser, pp. 597–618.

Saß, Hans-Martin (1979), "Einstein über ‚wahre Kultur' und die Stellung der Geometrie im Wissenschaftssystem", *Zeitschrift für allgemeine Wissenschaftstheorie* 10 : 316–319.

Schiemann, Gregor (1997), *Wahrheitsgewissheitsverlust : Hermann von Helmholtz' Mechanismus im Anbruch der Moderne*, Darmstadt : Wissenschaftliche Buchgesellschaft.

Sklar, Lawrence (1974), *Space, Time and Spacetime*, Berkeley : University of California Press.

Staley, Richard (2005), "On the co-creation of classical and modern physics", *Isis* 96 : 530–558.

Stein, Howard (1987), "After the Baltimore Lectures : some philosophical reflections on the subsequent development of physics", in Robert Kargon and Peter Achinstein (eds.), *Kelvin's Baltimore Lectures and Modern Theoretical Physics : Historical and Philosophical Perspectives*, Cambridge MA : MIT Press, pp. 375–398.

Stump, David (1991), "Poincaré's thesis of the translatability of Euclidean and non-Euclidean geometies", *Noûs* 25 : 639–657.

Torretti, Roberto (1984), *Philosophy of Geometry from Riemann to Poincaré*, Dordrecht : Reidel, 2d edn.

Volkert, Klaus (1996), "Hermann von Helmholtz und die Grundlagen der Geometrie", in Wolfgang U. Eckart et Klaus Volkert, éds., *Hermann von Helmholtz : Vorträge eines Heidelberger Symposiums anläßlich des einhundertsten Todestages*, Pfaffenweiler : Centaurus, pp. 177–205.

Vuillemin, Jules (1972), "Poincaré's philosophy of space", *Synthese* 24 : 161–179.

Walter, Scott (1997), "La vérité en géométrie : sur le rejet mathématique de la doctrine conventionnaliste", *Philosophia Scientiæ* 2 : 103–135.

——— (1999a), "Minkowski, mathematicians, and the mathematical theory of relativity", in Hubert Goenner, Jürgen Renn, Tilman Sauer and Jim Ritter (eds.), *The Expanding Worlds of General Relativity*, *Einstein Studies*, vol. 7, Boston/Basel : Birkhäuser, pp. 45–86.

——— (1999b), “The non-Euclidean style of Minkowskian relativity”, in Gray (1999), pp. 91–127.

——— (2007), “Breaking in the 4-vectors : the four-dimensional movement in gravitation, 1905–1910”, in Jürgen Renn (ed.), *The Genesis of General Relativity*, 4 vols., Berlin : Springer, vol. 3, pp. 193–252.

——— (2009), “Hypothesis and convention in Poincaré’s defense of Galilei spacetime”, in Heidelberger and Schiemann (2009), pp. 193–219.

Walter, Scott, Bolmont, Étienne, et Coret, André (2007), “Introduction”, in Poincaré (2007), pp. ix–xvi.

Zahar, Elie (1997), “Poincaré’s philosophy of geometry, or does geometric conventionalism deserve its name ?”, *Studies in History and Philosophy of Modern Physics* 28 : 183–218.

——— (2001), *Poincaré’s Philosophy from Conventionalism to Phenomenology*, Chicago : Open Court.