Becquerel à Poincaré

22 novembre 1897

Mon cher ami,
Voici l'exposé du désaccord dont je t'ai parlé entre Potier et moi.
Tu sais que la Théorie que Fresnel a donné de la polarisation rotatoire consiste en ceci :
Soient 2 rayons circulaires de même période

$$\curvearrowright \quad x_1 = \cos 2\pi \frac{t}{T} \qquad \curvearrowleft \quad x_2 = \cos 2\pi \frac{t}{T}$$
$$y_1 = -\sin 2\pi \frac{t}{T} \qquad y_2 = \sin 2\pi \frac{t}{T}$$

S'il arrive qu'ils prennent au travers d'un corps d'épaisseur e une différence de phase $\frac{e}{V'T}$ pour l'un et $\frac{e}{V''T}$ pour l'autre, le mouvement résultant $X = x_1 + x_2 \qquad Y = y_1 + y_2$ est rectiligne et l'on a

$$\frac{Y}{X} = \operatorname{tg}\omega = \operatorname{tg}\frac{\pi e}{T}\left(\frac{1}{V'} - \frac{1}{V''}\right)$$

Or, dans la note que j'ai publiée dernièrement sur la polarisation rotatoire magnétique, je raisonnais ainsi : si un champ magnétique peut être assimilé à un milieu animé d'un mouvement tourbillonnaire de période θ, *droit*, par exemple, un rayon circulaire *droit* y aura une période relative plus grande T' telle que $\frac{1}{T'} = \frac{1}{T} - \frac{1}{\theta}$, et un rayon gauche une période T'' telle que $\frac{1}{T''} = \frac{1}{T} + \frac{1}{\theta}$.[1] Les réactions élastiques du milieu qui règlent la grandeur de la vitesse de propagation seront les mêmes que celles qui développent dans le milieu des vibrations de périodes T' et T, et les indices pourront être calculés par la formule de dispersion. Mais comme en réalité la période reste la même dans l'espace, ce qui est vérifié par expérience, et qui du reste est une condition essentielle pour que le plan de polarisation résultant ait une position indépendante du temps, j'admettais que tout se passait comme si on avait à faire à deux vibrations dont les vitesses de propagation seraient V' et V'', et la période *commune* T, de sorte qu'on aurait

$$\begin{array}{ll} n' = n + \Delta\lambda \dfrac{dn}{d\lambda} & \left.\begin{array}{l} \omega = \dfrac{\pi e}{T}\left(\dfrac{1}{V'} - \dfrac{1}{V''}\right) = \pi e \dfrac{n' - n''}{\lambda} \\ \dfrac{\Delta\lambda}{\lambda} = -\dfrac{\Delta N}{N} = \dfrac{1/\theta}{N} = \dfrac{\lambda}{V_0\theta} \end{array}\right\} \dfrac{\omega}{\pi e} = \dfrac{2}{V_0\theta}\lambda\dfrac{dn}{d\lambda} \\ n'' = n - \Delta\lambda \dfrac{dn}{d\lambda} & \end{array}$$

M^r Potier m'écrit alors que l'on doit avoir

$$\frac{\omega}{\pi e} = \left(\frac{1}{V'T'} - \frac{1}{V''T''}\right) = \frac{2}{V_0\theta}\left(\lambda\frac{dn}{d\lambda} - n\right)$$

Je lui ai répondu aussitôt qu'il ne tenait pas compte dans son calcul du fait que la période restait la même dans l'espace.
Si en effet on rapporte à deux axes rectangulaires deux mouvements circulaires de périodes T' et T'' on voit de suite qu'on a

$$\frac{Y}{X} = \operatorname{tg}\omega = \operatorname{tg}\pi\left[\left(\frac{1}{T''} - \frac{1}{T'}\right)t + \frac{e}{V'T'} - \frac{e}{V''T''}\right]$$

Ce plan de polarisation tournerait à gauche d'un mouvement uniforme de période θ.
Pour que le plan soit fixe dans l'espace, il faut supposer que les axes primitivement choisis soient animés d'un mouvement de rotation à *droite* avec la vitesse angulaire $2\pi/\theta$.
Si on rapporte alors les mouvements à des axes fixes, on voit que les angles qui définissent la position du vecteur représentant le mouvement circulaire, sont les mêmes que plus haut, mais tous diminués de $2\pi t/\theta$ en comptant positivement les angles vers la gauche.
J'écrivais alors[2]

$$\begin{aligned}
\curvearrowright\ x_1 &= \cos\left(-2\pi\left(\frac{1}{T'} + \frac{1}{\theta}\right)\left(t - \frac{e}{V'}\right)\right) & \curvearrowleft\ x_2 &= \cos 2\pi\left(\frac{t}{T''} - \frac{1}{\theta}\right)\left(t - \frac{e}{V''}\right)\\
y_1 &= \sin\left(-2\pi\left(\frac{1}{T'} + \frac{1}{\theta}\right)\left(t - \frac{e}{V'}\right)\right) & y_2 &= \sin 2\pi\left(\frac{t}{T''} - \frac{1}{\theta}\right)\left(t - \frac{e}{V''}\right)
\end{aligned}$$

Ce qui ramène la période à être la même et revient à écrire

$$\frac{\omega}{\pi e} = \frac{1}{T}\left(\frac{1}{V'} - \frac{1}{V''}\right)$$

comme je l'avais fait dans ma note.
M$^{\text{r}}$ Potier m'écrit alors une nouvelle lettre, me disant que cet entraînement d'axes revient à une transformation de coordonnées

$$\begin{aligned}
x_1' &= x_1\cos\alpha + y_1\sin\alpha \\
y_1' &= y_1\cos\alpha - x_1\sin\alpha
\end{aligned}
\qquad \text{avec } \alpha = \tfrac{2\pi t}{\theta} \qquad \text{(tu vas voir que c'est là le point.)}$$

Ce qui donnerait

$$\begin{aligned}
x_1' &= \cos 2\pi\left(t\left(\frac{1}{T'} + \frac{1}{\theta}\right) - \frac{e}{V'T'}\right)\\
y_1' &= -\sin(\qquad\qquad\qquad\qquad)
\end{aligned}$$

et non ce que j'ai écrit de sorte que T serait le même mais qu'on aurait

$$\frac{\omega}{\pi e} = \frac{1}{V'T'} - \frac{1}{V''T''}.$$

Il ajoute : "Vous supposez en réalité que les axes mobiles tournent de

$$\frac{2\pi}{\theta}\left(t - \frac{e}{V'}\right)$$

pour l'un et de

$$\frac{2\pi}{\theta}\left(t-\frac{e}{V''}\right)$$

pour l'autre. Pourquoi une vitesse de rotation fonction de e et différente pour les 2 rayons ? Je ne vois pas là le mouvement tourbillonnaire d'ensemble."

Mais c'est précisément là qu'est la question. D'abord la vitesse de rotation n'est pas différente, c'est sans doute un lapsus de M^r Potier ; l'origine du temps est différente, parce que les deux rayons ne séjournent pas le même temps dans le corps ; j'en tiens compte dans mes formules, tandis que si on fait la transformation de coordonnées comme M^r Potier, il ne faut pas comme lui, faire commencer la rotation des axes à l'origine des courbes, mais au moment où chaque rayon dont le mouvement arrive ensemble à la sortie du corps, entre dans celui-ci, c'est à dire à l'époque $(t-\frac{e}{V'})$ pour le rayon droit et $t-\frac{e}{V''}$ pour le rayon gauche.

On doit donc retomber sur ma formule. Il me semble que je ne me trompe pas ; en tous cas je te soumets la question et te remercie bien d'avance de bien vouloir l'examiner.

Ton vieil ami tout dévoué,

Henri Becquerel

ALS 4p. Collection particulière, Paris 75017.

[1]Becquerel (1897) cherche une explication commune à la polarisation magnétique et à l'effet de Zeeman, dans un mouvement tourbillonnaire de l'éther. Sa note fut présentée le 08.11.1897. A propos de l'effet de Zeeman, voir (§ zeeman1).

[2]Les équations de x_2 et y_2 ne sont pas homogènes.

Bibliographie

Becquerel, H. Sur une interprétation applicable au phénomène de Faraday et au phénomène de Zeeman. *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences* 125 (1897) : 679–685.