Poincaré à Hertz

[Ca. 15.08.1890]

Monsieur et cher Collègue,

J'envoie à l'Académie des Sciences de Paris une note qui contient une rectification à l'un des calculs qui accompagnent vos admirables expériences.[1] Comme cette rectification porte sur un point important et est de nature à remettre bien des choses en question, je crois devoir vous la communiquer, parce que vous êtes mieux à même que personne de résoudre les problèmes qu'elle soulève.[2] Croyez d'ailleurs, Monsieur, que je n'en demeure pas moins un admirateur de votre génie, et que si le but que l'on croyait si proche semble s'éloigner, je ne crois pas que la valeur de vos recherches s'en trouve diminuée en quoi que ce soit. Ces protestations devraient être inutiles et elles le seraient en effet si les savants de nos deux nations avaient toujours montré les uns pour les autres une parfaite bienveillance.[3]

Pardonnez moi ce long préambule, je viens au fait : Dans le Tome 31 de *Wiedemann* pour calculer la période d'un excitateur, vous appliquez une formule d'après laquelle cette période (*entière*) est égale à

$$2\pi\sqrt{LC}$$

C étant la capacité d'un condensateur et L la self-induction du fil qui en relie les deux plateaux.[4] Dans cette formule, on désigne par C le rapport de la charge de l'*une* des armatures par la différence de potentiel des deux armatures.

Il est aisé de s'en assurer en refaisant le calcul. Soient $+q$ et $-q$ les charges des deux armatures V_1 et V_2 leurs potentiels. On a en négligeant comme il convient la résistance des conducteurs :

$$L\frac{di}{dt} = V_2 - V_1 = -\frac{q}{C}$$

ou puisque $i = \frac{dq}{dt}$:

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0.$$

Dans le cas où les deux plateaux sont remplacés par deux sphères de 150^{mm} placées à une grande distance l'une de l'autre on a :

$$V_1 = \frac{q}{150^{\mathrm{mm}}} \qquad V_2 = -\frac{q}{150^{\mathrm{mm}}}$$

d'où :

$$C = \frac{q}{V_1 - V_2} = 75^{\mathrm{mm}}$$

et *non pas 150^{mm}*.[5]

Il résulte de là que la longueur d'onde calculée doit être multipliée par $\frac{1}{\sqrt{2}}$ et que la comparaison du calcul avec l'observation fournirait pour la vitesse de propagation

$$300000 \text{ Kilomètres } \times \sqrt{2}.$$

Cela toutefois si le calcul est exact d'autre part et si l'influence des circonstances négligées est réellement négligeable.[6]
Il est évident que les hypothèses sur lesquelles repose la formule $2\pi\sqrt{LC}$ sont loin d'être réalisées, qu'il existe dans le diélectrique autour de l'excitateur des courants de déplacement dont cette formule ne tient aucun compte et qui ont peut-être une influence.[7]
Que pensez-vous de cela ; croyez-vous que les circonstances ainsi négligées suffisent pour expliquer la divergence que je vous ai signalée ? Ou bien estimez-vous qu'on doive modifier la théorie et par exemple renoncer à supposer que si les conducteurs sont parfaits ou les oscillations très rapides, les lignes de force électrique sont normales à la surface des conducteurs.[8]
Permettez-moi en terminant de me féliciter d'avoir trouvé ainsi une occasion d'entrer en rapport avec un homme de votre valeur.
Veuillez agréer, Monsieur et cher Collègue, l'assurance de ma considération la plus distinguée.
Poincaré

Mon adresse actuelle jusqu'au 30 Août est M. Poincaré aux Petites Dalles, Seine Inférieure

à partir de 30 Août : rue de Serre 9 Nancy, Meurthe et Moselle.

ALS 4p. HS 03001, Archiv, Deutsches Museum.

[1]Poincaré (1890), où Poincaré signale une erreur de Hertz sur la définition de la capacité de l'excitateur. L'erreur avait déjà été remarquée par Oliver Lodge (1889, 65).

[2]A propos de la rectification de l'erreur, voir Whittaker (1951, I, 324n4), et Darrigol (2000, 251).

[3]Poincaré pense peut-être aux remarques critiques prononcées par Alfred Cornu (1890) à l'encontre de Hertz, suite à sa communication d'une note de Sarasin et de la Rive (1890), qui met en évidence la résonance multiple.

[4]Hertz (1887). L'analyse du phénomène à l'excitateur est conduite par Hertz dans le cadre de la théorie de W. Thomson : il s'agit d'un circuit classique contenant une résistance R, une bobine de self-induction L et un condensateur C. Selon les notations de Poincaré, C' est la capacité de chaque sphère, C celle du condensateur formé de ces deux sphères, L la self-induction du circuit et R la résistance électrique du circuit. Si l'effet de la résistance est très faible, et si les oscillations sont très rapides, ce qui est le cas dans ce circuit, on obtiendra des oscillations pseudo-périodiques dont la période T s'exprime selon la formule connue $T = 2\pi\sqrt{LC}$. Le montage expérimental de Hertz rentre dans ce cadre théorique. Le calcul, corrigé ici par Poincaré, consiste à déterminer par des lois connues, d'une part le coefficient de self-induction L et d'autre part la capacité C.

Le calcul de l'inductance L est conduit par Hertz en considérant l'oscillateur comme un fil rectiligne et sans tenir compte des deux sphères. Poincaré, suivant la théorie de W. Thomson sur les courants oscillant rapidement, considère une propagation de ce courant en surface, ce qui conduit à la formule correcte, où ℓ est la longueur du fil et d son diamètre :

$$L = 2\ell\left(\log\frac{4\ell}{d} - 1\right)$$

alors que Hertz admet une distribution de courant uniforme du centre à la surface du conducteur. Il utilise la formule :

$$L = 2\ell\left(\log\frac{4\ell}{d} - 0.75\right).$$

Poincaré admet cependant que “la différence entre les deux formules est très petite”.

[5]Les unités employées sont celles de Gauss (CGS). En unités SI, la capacité d'une sphère de rayon R s'exprime selon la formule : $C = 4\pi\epsilon_0 R$. Si on utilise les unités électrostatiques, alors $C = R$ se note en cm. La formule $T = 2\pi\sqrt{LC}$ est valable si on exprime L et C en unités électromagnétiques telles qu'elles étaient définies à l'époque de Hertz. Or Hertz utilise $\lambda = \pi\sqrt{LC}$, ce qui signifie que la racine est homogène

à une longueur et non plus à un temps comme dans la relation de définition de la période T. Hertz utilise en effet deux systèmes d'unités, électromagnétique pour l'inductance L, électrostatique pour la capacité C. La longueur d'onde du phénomène doit donc s'exprimer sous la forme $\lambda = 2\pi\sqrt{LC}$, ce qui montre que Hertz ne considère que la demi-longueur d'onde.

[6]Connaissant la loi reliant longueur d'onde, période et vitesse : $\lambda = VT$.

[7]Selon la théorie de Maxwell, il ne peut y avoir que des courants fermés.

[8]Cette propriété du champ électrique est une conséquence de la localisation à la surface des conducteurs des courants de conduction dans le cas de fréquences très élevées ; elle n'est admise que si les fils ont une section infiniment petite (fil assimilé à une droite). Poincaré précise qu'il faut que les conducteurs soient parfaits, ce qui est une propriété acquise des conducteurs parcourus par des courants de très haute fréquence. Dès que le diamètre du fil n'est plus infiniment petit, en revanche, la direction de la force électrique fera avec la surface du conducteur un angle voisin de $\pi/2$ (1894, 146).

Bibliographie

Cornu, A. Observations relatives à la Communication précédente. *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences* 110 (1890) : 75–76.

Darrigol, O. *Electrodynamics from Ampère to Einstein*. Oxford : Oxford University Press, 2000.

Hertz, H. Über sehr schnelle elektrische Schwingungen. *Annalen der Physik und Chemie* 31 (1887) : 421–448.

Lodge, O. et Howard, J. L. On electric radiation and its concentration by lenses. *Philosophical Magazine* 28 (1889) : 48–65.

Poincaré, H. Contribution à la théorie des expériences de M. Hertz. *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences* 111 (1890) : 322–326.

—. *Les oscillations électriques*. Publié par C. Maurain. Paris : Carré et Naud, 1894.

Sarasin, E. et La Rive, L. d. Résonance multiple des ondulations électriques. *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences* 110 (1890) : 72–75.

Whittaker, E. T. *A History of the Theories of Aether and Electricity*. 2 vols. London : T. Nelson, 1951.