Pierre Joray Université de Neuchâtel

Quantification catégorielle et traitement du distributif dans l'Ontologie de S. Lesniewski.

section: General Logic

Si la notoriété des travaux sur les fondements des mathématiques du logicien polonais S. Lesniewski s'appuie aujourd'hui essentiellement sur sa *théorie des classes collectives* ou *Méréologie*, il est moins connu que celle-ci ne saurait constituer une alternative adéquate aux solutions russellienne et ensemblistes des antinomies lorsqu'on la détache du traitement du distributif proposé par Lesniewski. C'est en effet dans la visée de garantir à la Méréologie une base inférentielle de pure logique que Lesniewski élabora dans les années 1919-1921 une *théorie générale des noms* connue sous l'appellation d'*Ontologie*. Posée comme une alternative élargie aux calculs des classes et des relations de Whitehead et Russell, l'Ontologie est une logique d'ordre supérieur conçue sur la base d'une unique relation nominale primitive. Construite dans un esprit et une idéographie fort différents des caractéristiques du calcul classique des prédicats, cette logique présente la particularité de permettre un traitement du distributif qui ne fait appel ni à la théorie des types de Russell, ni à la théorie des ensembles. Sans recourir aux aspects techniques du langage formel de l'Ontologie, nous nous proposons, dans cette présentation, d'exposer en quoi le mode particulier sous lequel Lesniewski conçut la quantification fut un des éléments décisifs de la réussite de son calcul.

Ni objectuelle, puisqu'elle ne fait pas appel à la notion de satisfaction des fonctions propositionnelles, ni substitutionnelle, puisqu'elle ne nécessite aucun recours à des classes de substitution, la quantification lesniewskienne s'appuie de manière déterminante sur la notion de *catégorie sémantique*. Elaborée par Lesniewski et formalisée par K. Ajdukiewicz, la *théorie des catégories sémantiques*, qui donna naissance aux grammaires catégorielles, avait pour but initial de se prémunir des antinomies en garantissant aux idéographies logico-mathématiques une stricte compositionnalité des rapports entre syntaxe et sémantique. Notre but est ici de montrer comment un usage particulier de cette théorie permit l'émergence d'une nouvelle version de la quantification que nous qualifions dès lors de *catégorielle*.

Dans cette version en effet, c'est à la *catégorie sémantique* de la variable x qui se trouve liée dans des expressions telles que $(\forall x)A(x)$ ou $(\exists x)A(x)$ qu'échoit le rôle de fournir à l'interprétation un *domaine de quantification*. Toute interprétation d'une formule quantifiée nécessite l'explicitation d'un domaine non vide : celui des valeurs susceptibles d'être endossées par la variable quantifiée. C'est en ce sens que doit être comprise la validité logique du théorème suivant de la logique des prédicats :

$$\models (\exists x)x = x$$

Si une interprétation classique de cette expression conduit à en faire l'affirmation *ontologique* du caractère nécessairement non vide de l'univers du discours, cela ne tient proprement qu'à la décision de ne retenir comme domaine de quantification que des ensembles d'*objets* dont il convient de présumer l'existence.

La notion de catégorie sémantique permet précisément de s'émanciper d'une telle voie, car une catégorie se présente non comme une classe ou un ensemble d'objets d'un certain *type*, mais comme la caractérisation linguistique des *possibilités sémantiques* d'un genre d'expressions. Or dans le cas de la catégorie n des noms logiques – cas qui concerne la quantification du premier ordre – il n'est nullement nécessaire d'attribuer pour valeur aux expressions une dénotation singulière issue de l'univers du discours. Considérons, pour le voir, un exemple simple : soit un univers du discours constitué des trois objets graphiques \$, ¤, et £. Dans une perspective classique – objectuelle – il ne peut y avoir que trois familles d'interprétations relativement à un nom logique x : celles qui associent respectivement à x une et une seule des trois dénotations \$, ¤, £. Or, sans modifier notre univers du discours, il est envisageable, comme le fit Lesniewski dans l'Ontologie, d'élargir les significations nominales caractéristiques de la catégorie n en y adjoignant également comme possibilités sémantiques d'une part *les pluralités de dénotation*, de l'autre *l'absence de dénotation*. Relativement à un représentant x de la catégorie n, on dénombre dès lors non pas seulement trois, mais huit familles d'interprétations : trois d'entre elles font de x un nom *singulier* (où x a pour signification une dénotation unique, comme dans la conception classique), quatre en font un nom *pluriel* (où x a pour signification une double ou triple dénotation) et enfin une en fait un nom *vide* (où x a pour signification l'absence de dénotation).

Adopter une telle conception de la catégorie n des noms est une affaire de conventions linguistiques qui n'affecte en rien la nature de l'univers du discours. On est cependant conduit à un élargissement important du domaine de quantification relatif à la catégorie n. Dans une sémantique classique, l'expression $(\forall x)A(x)$ (où x est de catégorie n) sera valide sur notre univers ssi la fonction propositionnelle $A(x)$ est satisfaite par les trois *objets* en question. Dans la conception catégorielle de Lesniewski, cette expression sera valide ssi $A(x)$ est vraie quelle que soit, parmi les huit *significations nominales*, celle qui est associée à x.

L'idée de faire figurer sous la même catégorie sémantique n, et donc dans un même domaine de quantification, des noms *singuliers*, *pluriels* et *vides* est à la base de l'Ontologie et de la caractérisation axiomatique de son unique terme primitif : l'epsilon ϵ. Cette constante, qui peut être assimilée à une relation nominale d'inclusion, ou à ce que la tradition nommait une *copule*, apparaît dans des propositions dites singulières $a \epsilon b$ où les arguments a et b sont des symboles d'une seule et même catégorie sémantique : celle des noms n. Elle permet enfin, par la voie de définitions, le développement d'un calcul complet du distributif qui contient, outre des relateurs nominaux d'inclusion et d'identité, un ensemble d'opérateurs dont la somme, le produit ou encore le complémentaire des noms.

De fait, si l'axiomatisation de la constante primitive ϵ donne lieu à une lecture de la proposition singulière qui répond aux conditions de vérité suivantes :

$a\epsilon b$ est vraie ssi (i) a est un nom singulier
(ii) ce qui est dénoté par a est également dénoté par b

il demeure que l'Ontologie ne conduit aucunement à exclure des expressions douées de sens les propositions de la forme :

$$a\epsilon a$$

Contrairement à la relation d'appartenance ensembliste, la copule ontologique ϵ n'introduit donc aucun des interdits grammaticaux, ni aucune des distinctions de niveaux caractéristiques des solutions standard aux antinomies. De plus, il s'agit d'une relation *transitive*, puisque la formule du premier ordre suivante est une thèse du calcul des noms :

$$(\forall a)(\forall b)(\forall c)(a\epsilon b \wedge b\epsilon c. \supset .a\epsilon c)$$

Les quelques points soulevés ici au sujet de la version catégorielle de la quantification et du relateur primitif de l'Ontologie, ne peuvent évidemment suffire à démontrer la pertinence du programme de Lesniewski. Nous montrerons qu'ils sont pourtant essentiels pour en saisir l'enjeu primordial : celui de disposer d'un calcul de la prédication distributive adéquat pour la construction de l'arithmétique, mais qui n'oblige en rien à cette stratification d'entités abstraites nécessitée par l'acceptation des types de Whitehead et Russell.

Références

Canty J. T. (1969). Ontology : Lesniewski's logical language. *International Journal of Language and Philosophy* 5, 455-469.

Joray P. (1999). Domaine de quantification et catégories syntaxico-sémantiques. *Travaux de logique du CdRS* 13. Neuchâtel : Université. 43-62.

Joray P., Godart-Wendling B. (2002). De la théorie des catégories sémantiques de Lesniewski à l'analyse de la quantification dans la syntaxe d'Ajdukiewicz. *Langages* 146.

Lesniewski S. (1989). *Sur les fondements de la mathématique*. Trad. fr. Kalinowski G. Paris : Hermès

Miéville D. (1984). *Un développement des systèmes de logiques de Stanislaw Lesniewski. Protothétique, Ontologie, Méréologie*. Berne : P. Lang.